Aritmética

Actividades





Aritmética
Libro de actividades
Segundo grado de Secundaria
Colección Intelectum Evolución

© Ediciones Lexicom S. A. C. - Editor
RUC 20545774519
Jr. Dávalos Lissón 135, Cercado de Lima
Teléfonos: 331-1535 / 331-0968 / 332-3664
Fax: 330 - 2405
E-mail: ventas_escolar@edicioneslexicom.com
www.editorialsanmarcos.com

Responsable de edición:
Yisela Rojas Tacuri

Equipo de redacción y corrección:
Josué Dueñas Leyva / Christian Yovera López
Marcos Pianto Aguilar / Julio Julca Vega
Óscar Díaz Huamán / Kristian Huamán Ramos
Saby Camacho Martinez / Eder Gamarra Tiburcio
Jhonatan Peceros Tinco

Diseño de portada:
Miguel Mendoza Cruzado / Cristian Cabezudo Vicente

Retoque fotográfico:
Luis Armestar Miranda

Composición de interiores:
Lourdes Zambrano Ibarra / Natalia Mogollón Mayurí
Roger Urbano Lima

Gráficos e Ilustraciones:
Juan Manuel Oblitas / Ivan Mendoza Cruzado

Primera edición: 2013
Tiraje: 15 000

Hecho el depósito legal en la Biblioteca Nacional del Perú
N.° 2013-11977
ISBN: 978-612-313-085-5
Registro de Proyecto Editorial N.º31501001300685

Impreso en Perú / *Printed in Peru*

Pedidos:
Av. Garcilaso de la Vega 978 - Lima.
Teléfonos 331-1535 / 331-0968 / 332-3664
E-mail: ventas_escolar@edicioneslexicom.com

Impresión:
Editorial San Marcos, de Aníbal Jesús Paredes Galván
Av. Las Lomas 1600, Urb. Mangomarca, Lima, S.J.L.
RUC 10090984344

Este libro se terminó de imprimir
en los talleres gráficos de Editorial San Marcos situados en
Av. Las Lomas 1600, Urb. Mangomarca, S.J.L. Lima, Perú
RUC 10090984344

La Colección Intelectum Evolución para Secundaria ha sido concebida a partir de los lineamientos pedagógicos establecidos en el Diseño Curricular Nacional de la Educación Básica Regular, además se alinea a los patrones y estándares de calidad aprobados en la Resolución Ministerial N.º 0304-2012-ED.
La divulgación de la Colección Intelectum Evolución se adecúa a lo dispuesto en la Ley 29694, modificada por la Ley N.º 29839, norma que protege a los usuarios de prácticas ilícitas en la adquisición de material escolar.
El docente y el padre de familia orientarán al estudiante en el debido uso de la obra.



Contenido



Aritmética
Aritmética
Aritmética
Aritmética
Unidad 1
Aritmética
Aritmética
Aritmética

RECUERDA

Aportes matemáticos

1761	Johann Lambert prueba que el número π es irracional.
1777	Leonhard Euler, matemático suizo, simboliza la raíz cuadrada de -1 con la letra i (de imaginario).
1798	El matemático italiano Paolo Ruffini enuncia y parcialmente demuestra la imposibilidad de resolver ecuaciones de 5.° grado.
1812	Laplace publicó en París su Théorie analytique des probabilités donde hace un desarrollo riguroso de la teoría de la probabilidad con aplicaciones a problemas demográficos, jurídicos y explicando diversos hechos astronómicos.
1817	Bernhard Bolzano presenta un trabajo titulado “Una prueba puramente analítica del teorema que establece que entre dos valores donde se garantice un resultado opuesto, hay una raíz real de la ecuación”. Dicha prueba analítica se conoce hoy como el teorema de Bolzano.
1822	Poncelet descubre lo que él llamó “Propiedades proyectivas de las figuras”
1831	G.W. Leibniz pone de manifiesto el valor del concepto de grupo, abriendo la puerta a las más importantes ideas matemáticas del mundo contemporáneo.
1845-1918	Es creada la teoría de conjuntos por el matemático alemán Georg Cantor.

Reflexiona

- *A muchos seres su soberbia los ha alejado de las cosas valiosas e importantes de la vida; la soberbia es el camino más corto para llegar al fracaso.*
- *La vida esta llena de fracasos, pero también de éxitos, los cuales debemos vivir intensamente en su momento para amanecer al nuevo día con el aprendizaje del día anterior.*
- *Debes empezar a cultivar un mayor nivel de tolerancia y comprensión contigo, es importante para tu crecimiento y para lograr una mejor calidad de vida, más adelante solo podrás ser tolerante y comprensivo con los demás si antes lo eres contigo mismo.*

¡Razona...!

¿Qué número sigue?

16; 15; 13; 12; 10; 9; 7; ...

A) 16 B) 8 C) 5 D) 7 E) 6







TEMA 1: LÓGICA PROPOSICIONAL

1 De las siguientes expresiones, ¿cuáles son proposiciones?

I. 7 es un número primo.
II. ¿Qué hora es?
III. ¡No te equivoques!

A) Solo I B) I y II C) I y III
D) Solo III E) Todas

2 Sean las proposiciones:

a) El gato es un mamífero.
b) El gato es un carnívoro.
c) El gato es mamífero y carnívoro.
d) Si el gato es mamífero, entonces no vuela.
e) El gato no vuela, si y solo si es un carnívoro.

¿Cuántas proposiciones compuestas hay?

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 1

3 Construye la tabla de verdad del siguiente esquema molecular:

$$(\sim p \Leftrightarrow q) \wedge (p \vee q)$$

Da como respuesta los valores de verdad de la matriz principal.

A) FFVV B) FVVV C) FVVF
D) VVVF E) VVFF

4 Al construir la tabla de verdad de:

$(p \vee \sim q) \Rightarrow (p \wedge \sim q)$

El número de valores verdaderos en la matriz principal es:

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

5 La siguiente proposición:

$$(p \wedge \sim q) \Rightarrow (q \vee p)$$

es una:

A) Tautología B) Equivalencia
C) Deducción D) Contingencia
E) Contradicción

6 Si la proposición $(\sim p \Rightarrow q) \vee \sim r$ es falsa, halla el valor de verdad de p, q y r en ese orden.

A) VVF B) FFF C) FFV
D) FVF E) VFV

7 El siguiente esquema molecular: $\sim(q \vee \sim p) \vee (q \Rightarrow p)$ es:

A) Contradictorio
B) Contingente
C) Tautológico
D) Equivalente
E) Válido

8 Halla la tabla de verdad de: $\sim(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow \sim(\sim q \Rightarrow p)$
Da como respuesta los valores de verdad de la matriz principal.

A) VVFF
B) VVFV
C) VFVF
D) VFFF
E) VVVF

9 Señala la posible representación simbólica de: "Si eres atleta, entonces representas al Perú y ganarás una medalla olímpica".

A) $p \Rightarrow (q \wedge r)$
B) $p \vee (q \Leftrightarrow r)$
C) $p \Rightarrow (q \vee r)$
D) $(q \wedge r) \Rightarrow p$
E) $p \wedge (q \Rightarrow r)$

10 Señala la posible representación simbólica de: "Einstein dice la verdad, pues la teoría de la relatividad no es exacta."

A) $p \Rightarrow \sim q$
B) $\sim q \Leftrightarrow p$
C) $p \vee \sim q$
D) $\sim q \Rightarrow p$
E) $p \wedge \sim q$

11 ¿Cuántas combinaciones posibles de los valores de verdad existen para las componentes p, q, r y s?

A) 4
B) 8
C) 16
D) 32
E) 64

12 Construye la tabla de verdad de $\sim(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow \sim(\sim q \vee p)$
y da como respuesta los valores de verdad de la matriz principal.

A) VVFF
B) VVFV
C) VFFV
D) VFFF
E) VVVF

13 Si la proposición:

$$\sim p \Rightarrow (q \vee \sim r)$$

es falsa. Halla el valor de verdad de p; q y r.

A) VVV
B) FVF
C) FFF
D) VFV
E) FFV

14 El siguiente esquema molecular $\sim(p \Rightarrow \sim q) \Leftrightarrow (q \Rightarrow \sim p)$ es:

A) Tautológico
B) Contraditorio
C) Contingente
D) Equipotente
E) NA

Claves

1. A
2. B
3. C
4. C
5. A
6. C
7. B
8. C
9. A
10. D
11. C
12. C
13. E
14. B

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Pinta los recuadros que contengan proposiciones, lógicas.

- Buenos días.
- Colombia es un país sudamericano.
- ¿Cómo llegaste?
- El violeta es un color secundario.
- 13 es un número entero.
- ¿Dónde está Miguel Grau?

2. Indica si las siguientes proposiciones son simples (S) o compuestas (C).

- El cielo es azul. ☐
- La raíz cuadrada de 16 es 4. ☐
- Si Yolanda es estudiosa entonces pasará el examen. ☐
- 4 es menor que 8 y 10 es mayor que 6. ☐
- Gustavo no es alto. ☐
- Si me saco la lotería entonces te regalaré un auto. ☐
- Teresa va a la escuela. ☐
- Aprenderé matemática si y solo si estudio mucho. ☐

3. Sean las proposiciones simples:
p: Luis estudia.
q: Luis aprueba su examen.
Expresa en lenguaje verbal las siguientes proposiciones.

$p \Rightarrow q$:

____

____

$\sim p \Rightarrow \sim q$

____

____

$p \wedge q$:

____

____

Razonamiento y demostración

4. Halla los valores de verdad de:

I. $(4 + 3 = 7) \wedge (2 + 5 = 8)$

II. $(3 + 2 < 5) \vee (2 + 4 < 8)$

III. $(3 + 4 = 7) \Rightarrow (3 + 4 = 8)$

A) VVV B) VFV C) FVV
D) FVF E) VVF

5. Si la proposición $(p \Rightarrow \sim q) \vee (\sim r \Rightarrow s)$ es falsa, halla el valor de verdad de las proposiciones r, q y p respectivamente.

A) FVV B) FVF C) VFV
D) VVF E) VVV

Resolución de problemas

6. El siguiente esquema molecular:
$(p \vee \sim q) \Rightarrow (p \wedge q)$ es:

A) Tautológico
B) Contingente
C) Contradictorio
D) Equivalente
E) NA

7. Sean las proposiciones:

p: 3 es un número impar.
q: 1 es un número par.

Halla el valor de verdad de las siguientes proposiciones.

I. $\sim p \vee q$

II. $\sim q \Leftrightarrow \sim p$

III. $q \Rightarrow p$

A) VFV B) FFF C) FVF
D) FFV E) VVF

8. Sea la proposición: "6 es un número par".

Determina el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

I. 6 es un número par o 6 es un número impar.
II. 6 es un número impar y a la vez, 6 es un número par.

A) VF B) VV C) FF
D) FV E) NA

9. Si la proposición compuesta $\sim p \Rightarrow q$ es falsa, halla el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

I. $(p \wedge q) \vee p$
II. $(p \Rightarrow q) \Rightarrow q$

A) FV B) VV C) FF
D) VF E) NA

10. Se define el conectivo lógico φ mediante la siguiente tabla de verdad:

p	q	$p \varphi q$
V	V	V
V	F	V
F	V	F
F	F	V

Evalúa el esquema molecular:

$$(p \varphi q) \varphi (q \varphi \sim p)$$

Da como respuesta los valores de verdad de la matriz principal.

A) VVFV B) FVFV C) VVVF
D) FFVF E) VVVV

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. Representa simbólicamente cada una de las siguientes proposiciones:

- Está lloviendo y hace frío.

- Si el testigo dice la verdad, entonces el acusado es culpable.

- Anselmo o es casado o es soltero.

- Hoy no habrá atención al público. Tampoco el fin de semana

12. De las siguientes expresiones, ¿cuáles son proposiciones lógicas?

I. Colombia es un país sudamericano.
II. 13 es un número primo.
III. ¿Cómo llegaste?

A) Solo II B) I y II C) Solo III
D) Solo I E) I y III

Razonamiento y demostración

13. ¿Cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas?

I. $(3 + 7 \leq 10) \Rightarrow (4 \times 0 = 4)$

II. $(12 + 5 < 15) \vee (5 > -10)$

III. $(7 \times 1 = 7) \wedge (12 \geq 9 + 3)$

A) I y II B) II y III C) Solo I
D) Solo II E) Solo III

14. Construye la tabla de verdad e indica el número de valores falsos en el operador principal.

$$(\sim p \wedge q) \Leftrightarrow (p \vee \sim q)$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 0

Resolución de problemas

15. El siguiente esquema molecular:

$$\sim(p \Rightarrow \sim q) \Leftrightarrow (q \Rightarrow \sim p)$$

A) No es tautológico
B) Es contingente
C) Es contradictorio
D) No es una contradicción
E) Es tautológico

16. Si las proposiciones $(p \wedge q)$ y $(\sim p \Leftrightarrow q)$ son falsas, determina los valores de verdad de:

I. $\sim p \wedge q$
II. $p \Rightarrow q$
III. $\sim q \vee \sim p$

A) VFF B) VVF C) FVF
D) VVV E) FVV

17. Determina el valor de verdad del siguiente esquema molecular.

$$(p \wedge \sim q) \Rightarrow (\sim p \vee q)$$

A) FFVV B) FVVV C) VFVV
D) VFFV E) VVVF

18. Determina el valor de verdad del siguiente esquema molecular.

$$(p \Rightarrow \sim q) \vee (q \Leftrightarrow p)$$

A) VFVV B) VVVV C) FFVV
D) FFFF E) VVVF

19. Al construir la tabla de verdad de $(\sim p \vee q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q)$, el número de valores verdaderos en la matriz principal es:

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

20. Si $p \Rightarrow q$ es falso, halla el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

I. $(\sim p \Rightarrow q) \wedge (\sim p \Rightarrow \sim q)$
II. $(p \wedge \sim q) \Rightarrow (\sim p \vee q)$

A) VV B) VF C) FV
D) FF E) Faltan datos

NIVEL 3

Comunicación matemática

21. Representa simbólicamente cada una de las siguientes proposiciones.

- Norma es periodista, a la vez abogada penalista y egresada de San Marcos.

- Si Juan es actor y dueño de un teatro, entonces es un empresario teatral.

- No es verdad que Alberto es músico ni director de una orquesta.

- No es cierto que perderás el empleo si viajas pronto.

- Si eres atleta y entrenas mucho, entonces ganarás una medalla olímpica.

22. ¿Cuántas proposiciones lógicas hay en los siguientes enunciados?

I. El sol es la unidad monetaria del Perú.
II. El violeta es un color secundario.
III. ¿Dónde está Miguel Grau?
IV. 49 es un cubo perfecto.
V. Buenos días.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

Razonamiento y demostración

23. Al construir la tabla de verdad de:

$$(p \vee \sim q) \Rightarrow (p \wedge \sim q)$$

el número de valores verdaderos en la matriz principal es:

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

24. Si la proposición $p \Rightarrow (q \vee r)$ es falsa, entonces se puede afirmar que:

I. p es necesariamente verdadero.
II. q es siempre verdadero.
III. r es verdadero.

A) Solo I B) Solo II C) Solo III
D) I y II E) I y III

Resolución de problemas

25. Si la proposición compuesta $(p \wedge q) \Rightarrow (r \vee t)$ es falsa, indica las proposiciones que son verdaderas.

A) p y r B) p y q C) r y t
D) q y t E) p, r y t

26. Construye la tabla de verdad e indica la diferencia entre el número de valores verdaderos y falsos de la matriz principal en el siguiente esquema molecular.

$$[(p \Rightarrow \sim q) \wedge r] \Leftrightarrow (p \triangle q)$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 0

27. Indica si los esquemas presentados son tautológicos (T), contradictorios (F) o contingentes (C).

I. $(p \Rightarrow \sim q) \wedge (q \wedge p)$
II. $[(q \Rightarrow p) \wedge (\sim q \triangle p)] \wedge \sim p$
III. $[p \Rightarrow (\sim q \wedge p)] \vee [((p \Leftrightarrow q) \vee q) \wedge q]$

A) FTC B) FCT C) FFT
D) TCF E) CTF

28. Si sabemos que $(p \wedge \sim t) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$ es falsa. Halla el valor de verdad de cada proposición.

I. $(p \Leftrightarrow t) \wedge \sim r$
II. $(\sim r \vee p) \Rightarrow (\sim t \wedge r)$

A) VF B) VV C) FV
D) FF E) Faltan datos.

29. Si la proposición $(p \wedge \sim q) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$ es falsa, de las siguientes proposiciones:

I. $p \wedge q$ es falsa.
II. $r \Rightarrow q$ es verdadera.
III. $\sim q \vee p$ es verdadera.

son verdaderas:

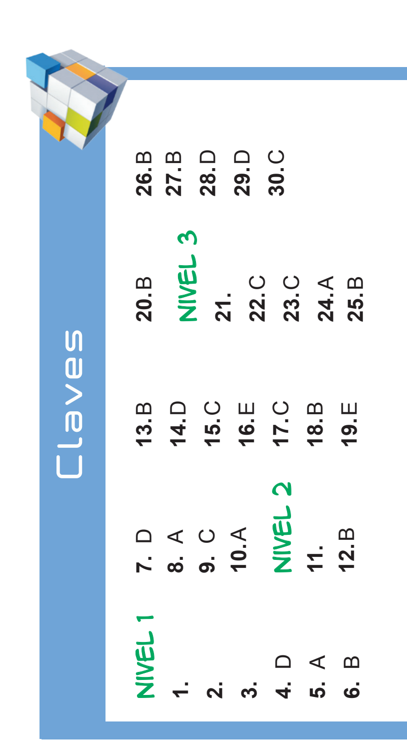
A) I y II B) I y III C) II y III
D) Todas E) Solo I

30. Dadas las premisas:

p: Luis es doctor
q: Carlos es abogado
r: Pedro es ingeniero

¿Cuál será la expresión simbólica del enunciado: "Si Carlos no es abogado y no es cierto que Luis es doctor, entonces Luis no es doctor o Pedro es ingeniero"?

A) $(q \vee \sim p) \Rightarrow (\sim p \wedge r)$
B) $(q \wedge \sim p) \Rightarrow (p \vee r)$
C) $(\sim q \wedge \sim p) \Rightarrow (\sim p \vee r)$
D) $(q \vee \sim p) \Rightarrow (p \vee r)$
E) $(q \wedge \sim p) \wedge (\sim p \vee r)$



Aplicamos lo aprendido



TEMA 2: TEORÍA DE CONJUNTOS

1 Dado el conjunto:
$A = \{1; 3; a; \{2\}; \{2; 7\}\}$

¿Cuántas de las siguientes proposiciones son verdaderas?
- $1 \in A$
- $2 \in A$
- $a \in A$
- $\{2\} \notin A$
- $\{2; 7\} \in A$

A) 2 B) 3 C) 1
D) 4 E) 5

2 Si: $R = \{2^x / x \in \mathbb{N}; x < 5\}$
Halla: $\sqrt[n(R)]{2^{25}}$

A) 16 B) 8 C) 32
D) 64 E) 4

3 Si:
$M = \{x / x \in \mathbb{N}; 2 \leq x < 5\}$
$N = \{x / x; 2x = 10\}$
Halla: $[n(M)]^{n(N) + 1}$

A) 81 B) 16 C) 36
D) 4 E) 9

4 Calcula la suma de los elementos del conjunto A.
$A = \{x + 2 / x \in \mathbb{N} \wedge 11 \leq 3x + 2 \leq 20\}$

A) 25 B) 26 C) 24
E) 28 E) 27

5 Sean los conjuntos:
$A = \{n \in \mathbb{N} / 5 \leqslant 3n + 5 < 35\}$
$B = \{n \in \mathbb{N} / 11 < 2n + 1 < 35\}$
Determina la alternativa correcta.

A) $A \subset B$ B) $B \subset A$ C) $A = B$
D) $A \cap B \neq \varnothing$ E) $A \cap B = \varnothing$

6 Dados los conjuntos:
$A = \{\{m\}; p; \{r; s; t\}; u; v\}$
$B = \{r; s; t\}$
$C = \{r; s; w\}$
Podemos afirmar que son verdaderas:
I. $B \in A$
II. $C \subset A$
III. $C \in A$

A) Solo I B) Solo II C) I y II
D) I y III E) Todas

7 Sea el conjunto:
$A = \{x / x \in \mathbb{N};\ n < x < 8 \wedge \sqrt{x} = 2\};\ n \in \mathbb{Z}^+$
Halla el menor valor de n para que se cumpla $A = \varnothing$.

A) 6 B) 4 C) 5
D) 3 E) 2

8 ¿Cuántos subconjuntos propios posee el siguiente conjunto?
$S = \{x / x \in \mathbb{Z};\ 2 \leq 2x \leq 8\}$

A) 11 B) 13 C) 15
D) 17 E) 19

9 ¿Cuál(es) de los siguientes conjuntos es(son) unitarios?
$A = \{x / x \in \mathbb{Z};\ x < 1\}$
$B = \{x / x \in \mathbb{N};\ x^2 - 2x - 3 = 0\}$
$C = \{x / x \in \mathbb{Z};\ 7 < 3x < 11\}$

A) Solo B B) Solo C C) B y C
D) A y B E) A y C

10 Si el conjunto B es unitario, halla $a \times b$, si:
$B = \{a + 2b;\ 3b - a + 2;\ 11\}$

A) 10 B) 11 C) 12
D) 13 E) 14

11 A y B son conjuntos disjuntos cuyos cardinales son números consecutivos. Calcula $n(A) + n(B)$, si $n[P(A)] + n[P(B)] = 48$.

A) 3 B) 5 C) 7
D) 11 E) 9

12 Sean A y B conjuntos, donde $n(A) = 30$ y $n(B) = 60$. Si $n(A \triangle B) = 42$, halla $n(A \cap B)$.

A) 18 B) 27 C) 36
D) 24 E) 39

13 En una agencia hay 15 ancianos; de los cuales 10 son hombres. También hay 15 hombres que no son ancianos, y 30 mujeres. ¿Cuántas personas hay en la agencia?

A) 30 B) 55 C) 60
D) 40 E) 23

14 De 76 alumnos, 48 no estudian Lenguaje, 44 no estudian Historia y 28 no estudian ni Lenguaje ni Historia. ¿Cuántos alumnos estudian Lenguaje e Historia?

A) 18 B) 16 C) 14
D) 20 E) 12

Claves

1. B 3. E 5. D 7. B 9. C 11. E 13. B
2. C 4. B 6. A 8. C 10. C 12. D 14. E

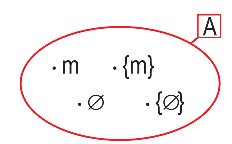
Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

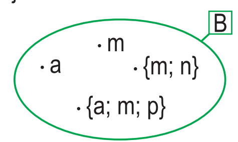
1. Sea el conjunto:



Determina si es verdadero (V) o falso (F), según corresponda.

I. $\{m\} \in A$ ☐
II. $\varnothing \subset A$ ☐
III. $\{\varnothing\} \in A$ ☐
IV. $\{m; \varnothing\} \in A$ ☐

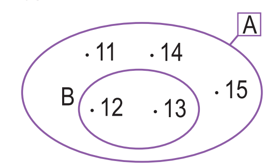
2. Dado el siguiente conjunto:



Determina si es verdadero (V) o falso (F), según corresponda.

I. $m \notin B$ ☐
II. $\{m; n\} \in B$ ☐
III. $a \subset B$ ☐
IV. $\{a; m; p\} \subset B$ ☐

3. Dados los conjuntos:



a) $A \cap B =$ ______________________

b) Determina el conjunto A por comprensión.
$A =$ ______________________

c) $n(A \cup B) =$ ☐

d) $n(B) =$ ☐

Razonamiento y demostración

4. En las proposiciones siguientes, ¿cuántas son verdaderas respecto al conjunto A?

$A = \{1; 2; \{3; 4\}; \{\{5\}\}; \{\{\{6\}\}\}\}$

- $\varnothing \subset A$
- $2 \in A$
- $\{5\} \subset A$
- $\{\{5\}\} \subset A$
- $\{\{\{5\}\}\} \subset A$
- $\{\{\{6\}\}\} \subset A$

A) 3　　B) 4　　C) 5
D) 2　　E) 6

5. Si: $G = \{a + 7 / a \in \mathbb{N} \wedge 5a < 2a + 12\}$

Determina si es verdadero (V) o falso (F), según corresponda:

a) $n(G) = 3$ ☐



b) El número de subconjuntos propios es de G igual a 15. ☐

c) El conjunto G determinado por extensión es igual a {7; 8; 9; 10}. ☐

d) La suma de los elementos de G es igual a 34. ☐

Resolución de problemas

6. Dado el conjunto Q:
$Q = \{x / x \in \mathbb{Z}^+; -2 < x < 6\}$

Halla: n[P(Q)]

A) 2　　B) 4　　C) 8
D) 32　　E) 64

7. Dados los conjuntos unitarios M y N:
$M = \{a + b; 12\}$
$N = \{a - b; 6\}$
Halla a.

A) 9　　B) 7　　C) 5
D) 3　　E) 6

8. Dados los conjuntos unitarios P y R:
$P = \{x^2 + 3; 28\};\ x > 0$
$R = \{y + 5; 12\}$
Calcula: $x - y$

A) 2　　B) –2　　C) 0
D) 5　　E) –5

9. Si $n(A) = 2$, halla n[P(P(A))].

A) 2^{16}　　B) 2　　C) 8
D) 2^8　　E) 16

10. Dados M y N subconjuntos de $\mathbb{Z}$, donde:
$M = \{x / x$ son los números impares$\}$
$N = \{x / x$ son los números pares$\}$

Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

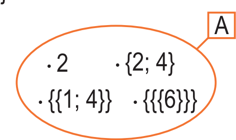
I. $M \cap N = \{0\}$
II. $M^c = N$
III. $M \cup N \in \mathbb{Z}^+$

A) VVV　　B) VFV　　C) FFV
D) FFF　　E) FVF

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. Del siguiente conjunto:



Halla el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

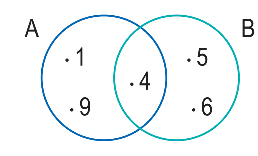
I. $\varnothing \in A$ ☐

II. $4 \in A$ ☐

III. $5 \notin A$ ☐

IV. $\{2; 4\} \in A$ ☐

12. Sean los conjuntos:



a) Determina por comprensión:

A = ____________________

B = ____________________

b) $A \cap B$ = ____________________

c) n(B) = ☐

d) $n(A \cup B)$ = ☐

Razonamiento y demostración

13. Sean los conjuntos:

$A = \left\{\frac{3n+1}{5} / n \in \mathbb{N}; n \leq 3\right\}$

$B = \left\{\frac{3n+1}{5} \in \mathbb{N} / n \in \mathbb{N}; n \leq 3\right\}$

Halla el valor de verdad de las siguientes proposiciones.

a) A = B ☐

b) n(A) = 3 ☐

c) El conjunto B, determinado por extensión es igual a B = {0; 1; 2}. ☐

d) $B \subset A$ ☐

14. Sean los conjuntos:

A = {a; b}

B = {b; a}

donde $a \neq b$ y $\{a; b\} \subset \mathbb{R}$.

Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

I. $A \cup B \neq A \cap B$ ☐

II. A = B ☐

III. $A^c \neq B^c$ ☐

IV. $A \subset B$ ☐

Resolución de problemas

15. Dados M y N subconjuntos de $\mathbb{Z}$, donde:

M = {x / x son los números positivos}

N = {x / x son los números negativos}

Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

I. $M \cap N = \{0\}$

II. $M^c = N$

III. $M \cup N \in \mathbb{Z}^+$

A) VVV B) VFV C) FFV
D) FFF E) FVF

16. Si:

$A \subset B \subset C$

n(B) = n(A) + 5

$n(C) = 2 \times n(B)$

n(A) + n(B) + n(C) = 27

Halla: n[P(C – B)]

A) 48 B) 8 C) 256 D) 16 E) 32

17. Si: n[A – B] = 2

n[P(B – A)] = 16

$n[P(A \cup B)] = 256$

Halla: $n[P(A \cap B)] + n[A \cap B]$

A) 8 B) 11 C) 3 D) 6 E) 17

18. Sean A y B conjuntos comparables donde $n(A \cup B) = 9$. Calcula n(A), si n(B – A) = 6.

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

19. Dados los conjuntos A y B, incluidos en el universo U.
Si se sabe que:

n(U) = 70; n(A – B) = 19

$n(A^C) = 43$; $n(B^C) = 34$

entonces $n(A \cap B)$ es:

A) 8 B) 7 C) 6 D) 10 E) 4

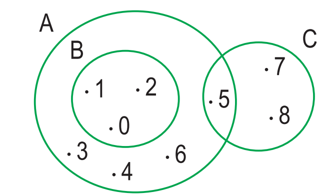
20. De 1000 encuestados, 574 estudian inglés, 726 alemán y 250 no estudian alguno de estos cursos. ¿Cuántos estudian los dos cursos?

A) 550 B) 450 C) 350
D) 250 E) 600

NIVEL 3

Comunicación matemática

21. Dados los conjuntos:



a) Determina el conjunto A por comprensión:

A = ______

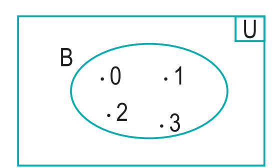
b) n(A) = ☐

c) Determina el conjunto B por comprensión:

B = ______

d) n(C) = ☐

22. Se tienen los conjuntos:



Donde: U = $\mathbb{N}$

a) Si A = ∅, entonces: n(A) + n(B) = ☐ .

b) Determina el conjunto B por comprensión:

B = ______

c) Determina por comprensión un conjunto que denote a A = ∅.

A = ______

d) B∩U = ______

Razonamiento y demostración

23. Si un conjunto A posee 15 subconjuntos propios, la afirmación incorrecta es:

A) n(A) = 4

B) ∅ ⊂ A

C) { } es un elemento de P(A).

D) n[P(A)] = 8

E) A es un conjunto finito.

24. Si {a; b} ⊂ $\mathbb{Z}^+$ y además:

A = {3; 2a; 4a}

B = {a; 2b; 12}

Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

I. Si A = B, entonces a + b = 6. ☐

II. n(A) = 2 ☐

III. Si A = B, entonces a = b. ☐

IV. Si A = B, entonces a > b. ☐

Resolución de problemas

25. De 500 encuestados, se encontró que 124 postulan a la Universidad Católica, 187 a la Universidad del Pacífico y 200 a ninguna de las dos universidades. ¿Cuántos postulan a ambas universidades?

A) 8 B) 9 C) 10
D) 11 E) 12

26. De 120 personas entrevistadas respecto a sus preferencias por los sabores de fresa o chocolate en los helados, se obtuvo la siguiente información:

- 30 prefieren otros sabores de helado, pero no los mencionados.
- A 65 les gusta el helado de fresa.
- A 58 les gusta el helado de chocolate.

¿A cuántos les gusta ambos sabores de helado?

A) 28 B) 29 C) 31
D) 32 E) 33

27. En un aula de 50 alumnos aprueban matemática 30 de ellos, Física también 30, Castellano 35, Matemática y Física 18, Física y Castellano 19, Matemática y Castellano 20 y 10 los 3 cursos. Entonces es cierto que:

A) 3 aprueban solo Matemática.

B) 10 aprueban solo Física y Castellano.

C) 2 no aprueban ningún curso.

D) 9 aprueban Matemática y Física solamente.

E) 5 aprueban Física y Matemática.

28. De 120 estudiantes, 60 aprobaron Matemática, 80 aprobaron Física, 90 aprobaron Historia y 40 aprobaron los tres cursos. ¿Cuántos aprobaron exactamente dos cursos, si todos aprobaron por lo menos un curso?

A) 20 B) 30 C) 40
D) 45 E) 50

29. De 100 personas que leen por lo menos 2 de 3 revistas A, B y C, se observa que 40 leen las revistas A y B; 50 leen B y C, 60 leen A y C. ¿Cuántas personas leen las 3 revistas?

A) 21 B) 24 C) 25
D) 27 E) 30

30. En un salón de clases hay m alumnos, a los cuales se les hace una encuesta sobre la preferencia de los cursos A o B; n alumnos prefieren A y p alumnos prefieren B. Si se sabe que hay alumnos que prefieren ambas asignaturas y a todos les gusta por lo menos uno de ellos, indica el número de alumnos que prefieren solo el curso A.

A) p – m B) n – p C) m – p
D) m – n E) p – n

Claves



NIVEL 1	7. A	13.	20. A	26. E
1.	8. B	14.	NIVEL 3	27. C
2.	9. E	15. D	21.	28. B
3.	10. E	16. C	22.	29. C
4. A	NIVEL 2	17. D	23. D	30. C
5.	11.	18. C	24.	
6. D	12.	19. A	25. D	

Aplicamos lo aprendido





TEMA 3: NUMERACIÓN

1 Calcula n^2, si:

$\overline{n7}_{(4)} = 31$

A) 4 B) 9 C) 16
D) 25 E) 36

2 Calcula $M = b^2 - a^2$, si: $\overline{5ab} = 21 \times \overline{ab}$

A) 20 B) 21 C) 19
D) 18 E) 23

3 Halla x.

Si: $41_{(x)} - 32_{(x)} = 5$

A) 3 B) 7 C) 8
D) 9 E) 6

4 Si se cumple que: $102_{(n)} = 266_{(7)}$. Halla n.

A) 5 B) 7 C) 10
D) 12 E) 13

5 Calcula $m \times n$, si:

$\overline{6mn} = 26 \times \overline{mn}$

A) 1 B) 3 C) 8
D) 16 E) 4

6 Calcula: $a + b$

Si: $37 \times \overline{ab}_{(9)} = \overline{8ab}_{(9)}$

A) 3 B) 4 C) 6
D) 5 E) 2

7 Halla n, si:

$\overline{n05} - \overline{nn2} = -7$

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

8 Calcula (b – a), si:

$\overline{ab} = 53_{(7)}$

A) 2 B) 3 C) 4
D) 8 E) 5

9 Halla n, si:

$\overline{nnn}_{(8)} = 365$

A) 3 B) 5 C) 6
D) 7 E) 8

10 Halla $\left(\frac{a+c}{b}\right)$, si:

$\overline{abc}_{(5)} = 57$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

11 Calcula (a + b + c), si:

$\overline{abc}_{(8)} = 487_{(9)}$

A) 7 B) 8 C) 9
D) 10 E) 11

12 Si a y c son números naturales menores que 5, representa correctamente el siguiente numeral N en base 5.

$N = a \times 5^4 + 2 \times 5^5 + c \times 5^3 + 4$

A) $\overline{2ac004}_{(5)}$ B) $\overline{2bc004}_{(5)}$ C) $\overline{2ac04}_{(5)}$
D) $\overline{1a230}_{(5)}$ E) $\overline{24ac4}_{(5)}$

13 Un número escrito en las bases 3 y 6 tiene la forma $\overline{ab00ab}$ y 2354, respectivamente. Halla a + b.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

14 Halla n, si:

$\overline{a61}_{(n)} = \overline{a16}_{(9)}$

A) 6 B) 5 C) 8
D) 7 E) 4

Claves

1. E
2. B
3. E
4. D
5. C
6. E
7. B
8. E
9. B
10. D
11. E
12. A
13. C
14. C

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Completa la tabla.

Sistema de numeración	Mayor numeral de dos cifras	Mayor numeral de tres cifras
Ternario		
Quinario		
Octanario		
Senario		

2. Observa y marca con un aspa los numerales que están mal escritos.

$1001_{(2)}$ $43_{(3)}$ $271_{(9)}$ $625_{(5)}$ $20_{(1)}$

192 $777_{(7)}$ $8649_{(11)}$

3. Completa la tabla.

Numero	Base			
	5	7	4	9
14				
23				
18				
30				

Razonamiento y demostración

4. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

I. Si $\overline{aaaa}_{(b)} = b^4 - 1$; entonces $a = b - 1$.

II. $11_{12_{13}} = 4^3$

III. En el número 4520 se cumple VR(2) = VA(4) × VA(5).

A) VFV B) FVV C) VVF
D) VVV E) FFF

5. Si:

$\overline{a(a-3)(a-3)}_{(n)} = \overline{mn(2m)}_{(6)}$

Se puede afirmar:

I. $a = 2$

II. $m = 3$

III. $n < 6$

A) Solo I B) Solo II C) Solo III
D) I y II E) II y III

Resolución de problemas

6. Si: $\overline{ab} = 88_{(9)}$

Halla: $a + b$

A) 16 B) 9 C) 8
D) 12 E) 13

7. Si: $110_{(5)} = \overline{ab}$

Halla: $a + b$

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

8. Dado: $202_{(3)} = \overline{pq}$

Halla: $p^2 + q^2$

A) 6 B) 9 C) 4
D) 5 E) 7

9. Si: $130_{(7)} = \overline{mn}$

Halla: $m + n^2$

A) 8 B) 7 C) 13
D) 15 E) 11

10. Halla n, si:

$46_{(n)} = 74$

A) 15 B) 16 C) 17
D) 18 E) 19

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. Relaciona:

478	$\overline{10a}$
$\overline{40a}_{(5)}$	19
$18_{(9)}$	64
$(1000_{(2)})^2$	$3(10)5_{(11)}$
$25_{(7)}$	17

12. Si la siguiente figura es un cuadrado:

$\overline{a1}_{(8)}$ (lado superior), $\overline{4(a-2)}_{(6)}$ (lado derecho)

Entonces:

I. a = ☐

II. Área del cuadrado = ☐

III. Perímetro del cuadrado = ☐

Razonamiento y demostración

13. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

I. Si el numeral $\overline{1a(a^2)(a^3)}_{(2a^2)}$ ☐
esta bien escrito, entonces a =1.

II. $\left(\overline{1a}_{10_{(n)}}\right)^2 = (a + 2n)^2$ ☐

III. $\overline{ma}_{(2)} + \overline{mb}_{(2)} = 4 + a + b$ ☐

14. Si:

$\overline{(2n+1)(2n)}_{\overline{1n}_{\overline{1n}_{(2)}}} = \overline{1(4n)}$

Se puede afirmar:
I. $n = 0$
II. $\overline{1\,(4n+1)} = 33_{(4)}$
III. $n = 2$

A) Solo I B) Solo II C) Solo III
D) I y II E) I y III

Resolución de problemas

15. Si: $53_{(a)} = 48$
Calcula: $E = a^3 + 1$

A) 728 B) 68 C) 69
D) 126 E) 730

16. Halla a, si:
$10 = \overline{a3}_{(4)} - 1$

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

17. Halla n, si:
$\overline{n5}_{(6)} = 29$

A) 1 B) 2 C) 7
D) 3 E) 4

18. Si: $1101_{(2)} = \overline{ab}$
Halla: a + b

A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 8

19. Halla n, si:
$\overline{nn}_{(9)} = 80$

A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 4

20. Calcula $E = a^2 - b^2$, si:
$\overline{2ab} + \overline{ba} + 7 = \overline{31a}$

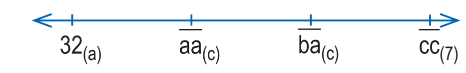
A) 40 B) 30 C) 35
D) 42 E) 48

NIVEL 3

Comunicación matemática

21. Completa los recuadros:
$58 = 2$ ☐☐$_{(5)}$
☐☐☐$_{(5)} = 5^3 - 1$
$647 = 788_{(☐)}$
$497 =$ ☐ 3 ☐☐☐$_{(4)}$

22. Si los números están ubicados en el orden correcto en la recta numérica, halla a + b + c.



A) 6 B) 7 C) 8
D) 9 E) 15

Razonamiento y demostración

23. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

I. Si $m^2 \times \sqrt{\overline{ab}} = 2200_{(m)}$; entonces m = 3. ☐

II. $\overline{1(2b)(b^2)}_{(a)} = (a + 2b)^2$ para algún valor de b. ☐

III. Si $\overline{b(\overline{ab}_{(2)})}_{(7)} = \overline{n0n}_{\overline{ab}_{(2)}}$ entonces $a^2 + b^2 = n^2 + 1$. ☐

24. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

I. Si $[\overline{(n-1)(n-1)\,(n-1)}_{(n)} + 1]^2 = [\overline{(m-1)\,(m-1)}_{(m)} + 1]^3$
entonces m = n. ☐

II. Si el conjunto: $A = \{56_{(n)};\ \overline{aab}_{(4)};\ 65_{(n-1)}\}$ es unitario, entonces a + b = 4. ☐

III. Si $\overline{ab} \times \overline{ba}_{(n)} = 169$; entonces $n^2 + b^2 + a^2 = 26$. ☐

Resolución de problemas

25. Halla x.
Si: $\overline{x01}_{(5)} = 203_{(7)}$

A) 3 B) 4 C) 2
D) 1 E) 0

26. Halla n.
Si: $\overline{n53}_{(7)} = \overline{1n1n}_{(5)}$

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

27. Convierte $235_{(7)}$ a base 3.

A) $10021_{(3)}$ B) $11112_{(3)}$ C) $12012_{(3)}$
D) $10031_{(3)}$ E) $11121_{(3)}$

28. Si: $\overline{aa0}_{(5)} = 30$

Halla: $E = a^3 + a^2 - a$

A) 2 B) 3 C) 6
D) 8 E) 1

29. Calcula $a^2 - b^2$, si:

$\overline{ba} + 21_{(3)} = \overline{11a} - \overline{ab}$

A) 40 B) 30 C) 35
D) 42 E) 48

30. Halla y.

Si: $\overline{3yy}_{(9)} = \overline{(y+1)(y+1)3}_{(7)}$

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 1

31. Halla el valor de n si:

$125_{(6)} = 104_{(n)}$

A) 6 B) 7 C) 8
D) 9 E) 10

32. Si: $\overline{ppp}_{(3)} + \overline{qq}_{(4)} = 111_{(5)}$

Calcula: $p^2 - q^3$

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

33. Halla $a + b + c$, si los siguientes numerales están bien escritos.

$\overline{pr}_{(a)}$; $\overline{aab}_{(c)}$, $\overline{4abc}_{(5)}$; $\overline{1a}_{(b)}$

A) 8 B) 9 C) 10
D)11 E) 12

34. Si: $164_{(n)} = \overline{13(m-1)}_{(m)} = 115_{(9)}$

Halla: $n^2 + m$

A) 57 B) 58 C) 59
D) 60 E) 61

35. Si: $\overline{m(m+1)(m+3)}_{(5)} = \overline{abc}_{(m+3)}$

Calcula: $a^2 + b^2 + c^2$

A) 10 B) 11 C) 12
D) 13 E) 14

36. Calcula x, si:

$\overline{n54}_{(x)} = \overline{n30}_{(9)}$

A) 6 B) 7 C) 8
D) 9 E) 10

37. Si la suma de cifras del numeral $156_{(a)}$ expresado en base $a + 3$ es igual a 9, halla $a^2 + 1$.

A) 48 B) 49 C) 50
D) 51 E) 52

38. Si:

$\overline{1a1}_{(b)} + \overline{2b}_{(c)} + \overline{xxxx}_{(a)} = \overline{def}_{(5)}$

Calcula: $d^2 + e + f$, si además $c < 5$.

A) 3 B) 4 C) 5
D)6 E) 7

39. El mayor número de tres cifras del sistema de base p, se escribe en el sistema duodecimal como 508. Halla p.

A) 6 B) 7 C) 8
D) 9 E) 10

40. Halla el número $\overline{xyxy}$ que sumado con el producto de $\overline{xy}$ con el menor número cuya suma de cifras es dieciséis, resulta 4140.

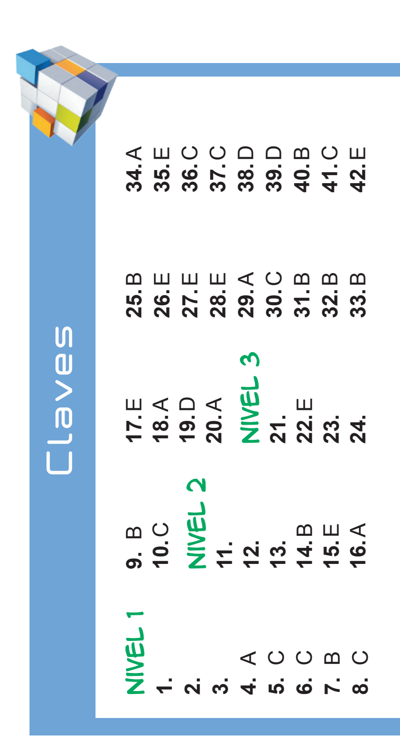
A) 2121 B) 2323 C) 2424
D) 2525 E) 2626

41. Un banco usa el sistema de numeración undecimal para numerar los registros de las cuentas de sus ahorristas. Si el número de la antepenúltima libreta es $143_{(10)(11)}$ ¿cuál es el número de la última libreta?

A) $143_{(11)}$ B) $143_{(12)}$ C) 1441
D) 1442 E) NA

42. Si a un numeral de dos cifras en el sistema quinario se le agrega la suma de sus cifras se obtiene 28. Halla el producto de cifras de dicho numeral expresado en el sistema binario.

A) 10 B) 11 C) 100
D) 110 E) 1000



Aplicamos lo aprendido



TEMA 4: OPERACIONES BÁSICAS EN EL CONJUNTO $\mathbb{Z}^+$

1 Halla: a + b + c + d

Si: $\overline{2aba} + \overline{d342} = \overline{ac17}$

A) 8 B) 16 C) 18
D) 20 E) 24

2 Si: a + b + c = 13

Calcula:

$\overline{aaa} + \overline{bac} + \overline{cca} + \overline{bbc} + \overline{acb} + \overline{cbb}$

A) 1443 B) 2886 C) 2197
D) 689 E) 4913

3 Si: $\overline{abc} - \overline{cba} = \overline{7xy}$

Calcula: $\dfrac{x}{y+1}$

A) 2 B) 1 C) 3
D) 5 E) 4

4 Calcula a + b + c + d, si:

CA $[\overline{a(a+2)(a+4)(a+6)}] = \overline{6bcd}$

A) 10 B) 11 C) 12
D) 14 E) 15

5 Halla la razón de una progresión aritmética de 59 términos, si el primero es 11 y el último 417.

A) 7 B) 3 C) 9
D) 9 E) 4

6 La suma de los tres términos de una sustracción es 216. Si el sustraendo es el triple de la diferencia, halla el sustraendo.

A) 81 B) 27 C) 18
D) 71 E) 53

7 Halla el producto de las 3 últimas cifras de:

$6 + 66 + 666 + ... + \underbrace{66...66}_{9 \text{ cifras}}$

A) 84 B) 54 C) 63
D) 6 E) 18

8 Si: $\overline{abc} \times 3 = \overline{d281}$

Calcula: $(a + c) - (b + d)$

A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 8

9 En una división inexacta el divisor es 24 y el cociente, 16. Halla el dividendo si el residuo es máximo.

A) 384 B) 407 C) 385
D) 408 E) 534

10 En la multiplicación de $\overline{abc} \times 83$ la suma de sus productos parciales es 4037.

Calcula: $(a + c) - b$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

11 Al sumar dos números se obtiene 60 y al dividirlos se obtiene 7 como cociente y 4 como residuo. Halla el menor número.

A) 52 B) 49 C) 17
D) 5 E) 7

12 Si: $A \times \overline{ANA} = 5299$

$N \times \overline{ANA} = 3785$

Calcula la suma de cifras de $(\overline{ANA})^2$.

A) 15 B) 28 C) 23
D) 25 E) 36

13 Calcula el mayor número entero que al dividirlo entre 45 nos dé un cociente que es la raíz cuadrada del resto.

A) 306 B) 425 C) 404
D) 405 E) 355

14 Dada la sucesión:

$1^1; 2^2; 3^3; 4^4; ...; \overline{ab}^{\overline{ab}}$

Halla $(a + b)$; si para escribirla se han empleado 142 cifras.

A) 6 B) 4 C) 3
D) 8 E) 7

Claves

1. E 2. B 3. C 4. A 5. A 6. A 7. A 8. E 9. B 10. D 11. E 12. B 13. A 14. B

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Dada la sucesión:
17; 25; 33; 41; ...; 137
Completa:
Razón: ☐
Número de términos: ☐
Término enésimo: ☐

2. Observa la siguiente adición:

$$\begin{array}{r} \overline{cba}\,+ \\ 321 \\ \hline \overline{ba9} \end{array}$$

Entonces
I. $a + b + c =$ ☐
II. $\overline{ab} - \overline{cc} =$ ☐
III. $(\overline{1c})^{a-b} =$ ☐

3. Si $\overline{ab} * \overline{cd} = \overline{cabd}$; completa los recuadros.

I. $16 * 10 + 17 * 18 =$ ☐

II. $\dfrac{10 * 10}{100} =$ ☐

III. $CA(20 * 30) =$ ☐

Razonamiento y demostración

4. Si:
$\overline{aa} + \overline{bb} + \overline{cc} + \overline{dd} = 44$

Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.
I. $a + b - c = 2$ ☐
II. $2a = b + c + d$ ☐
III. $a = b = c = d$ ☐

5. Sea la progresión aritmética de razón r:
$\underbrace{\overline{2pq}; ...; \overline{ba} - r}_{(k-1)\ \text{términos}}; \underbrace{\overline{ba}; ...; \overline{2ab}}_{k\ \text{términos}}$

donde $b > a$. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.
I. $p + q = 9$ ☐
II. $a - b - 1 = p$ ☐
III. Si: $r = 12$ y $p = 5$ ☐
entonces: $t_n = 96 + 12n$

Resolución de problemas

6. Si: $x + y + z = 17$
Halla: $\overline{xyxy} + \overline{zxyz} + \overline{yzzx}$

A) 18 887 B) 243 064 C) 18 997
D) 14 445 E) 18 872

7. La suma de los tres términos de una sustracción es 400. Halla el minuendo.

A) 100 B) 200 C) 300
D) 400 E) 500

8. Halla el producto de las 3 últimas cifras de:
$7 + 77 + 777 + 7777 + ... + \underbrace{77...77}_{57\ \text{cifras}}$

A) 24 B) 55 C) 39
D) 72 E) 64

9. Halla el valor de $a^2 + b^2$, si:
$\overline{xyz} - \overline{zyx} = \overline{4ab}$

A) 100 B) 106 C) 109
D) 130 E) 140

10. Si se cumple:
$\overline{11a} + \overline{22a} + \overline{33a} + \overline{44a} + ... + \overline{99a} = \overline{d(c-4)b3}$
Halla: $a + b + c + d$

A) 24 B) 38 C) 17
D) 29 E) 34

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. Si:

$$\begin{array}{r} \overline{a0c}\,- \\ \overline{c0a} \\ \hline \overline{xyz} \end{array}$$

Entonces:
I. $y =$ ☐
II. $x + z =$ ☐
III. Si $x = 1$, entonces $a - c =$ ☐

12. Si cada recuadro representa una cifra:

$$\begin{array}{r} \square\ 3\ \times \\ 4\ 7 \\ \hline \square\,\square\,\square \\ 3\ 3\ \square\ \ \\ \hline \square\,\square\,\square\,\square \end{array}$$

Entonces:
I. La suma de los productos parciales es ☐ .
II. La suma de cifras del producto es ☐ .
III. El producto de cifras del multiplicando es ☐ .

Razonamiento y demostración

13. Si:

$\overline{ba7} + \overline{mn} = \overline{7ab}$

donde $b < 7$. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

I. $m = n$ ( )

II. $b = 4$ ( )

III. El menor valor de $\overline{1a}_{\overline{1m}_{\overline{1b}_{(n)}}}$ es 24. ( )

14. Si:

$\underbrace{p + p + p + ... + p}_{\text{m veces}} = \overline{ab0}_{(m)}$

Indica el valor de verdad de las siguientes proposiciones.

I. p puede tomar $m^2 - m$ valores. ( )

II. Si p es mínimo, entonces: $1 + 2 + 3 + ... + \overline{a9} = 190$ ( )

III. Si $p = m$, entonces $b^a = 1$. ( )

Resolución de problemas

15. En la multiplicación de $\overline{abcd} \times 95$, la diferencia de los productos parciales es 15 372.

Halla: $(a + b) - (c + d)$

A) 8 B) 6 C) 4
D) 7 E) 1

16. En una división inexacta el divisor es 13 y el cociente 27. Halla el dividendo si el residuo es mínimo.

A) 351 B) 349 C) 352
D) 350 E) 500

17. Si: $CA(\overline{xyy}) = \overline{y(y + 1)(x + 1)}$

Calcula: $x \cdot y$

A) 20 B) 28 C) 16
D) 14 E) 12

18. Si: $\overline{abcd} \times 7 = \overline{e5543}$

Halla: $a + b + c + d + e$

A) 24 B) 42 C) 35
D) 53 E) 16

19. Al sumar dos números se obtiene 112 y al dividirlos se obtiene 3 como cociente y 4 como residuo. Halla el mayor de ellos.

A) 27 B) 50 C) 74
D) 85 E) 112

20. Si: $\overline{abc} + \overline{cba} = 1392$ y $\overline{abc} - \overline{cba} = \overline{mn(2m)}$

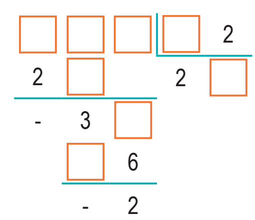
Determina el valor de: $a + b^2 + c^3$

A) 84 B) 96 C) 153
D) 144 E) 157

NIVEL 3

Comunicación matemática

21. Si cada recuadro representa una cifra:



Entonces:

I. La suma de cifras del dividendo es: ( )

II. El producto de las cifras del cociente es: ( )

III. La suma de cifras del divisor es: ( )

22. Si:

$\boxed{\overline{abc}} = \overline{abc} + CA(\overline{cba})$; $a < c$

$\textcircled{\overline{abc}} = CA(\overline{abc})$

Además

$\textcircled{\overline{xy3}} = \boxed{\overline{cb8}}$; $c < 8$

Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

I. $x + y = 15$ ( )

II. $c = 2$ ( )

III. $x = 7$ ( )

Razonamiento y demostración

23. De las proposiciones:

I. Si $\overline{1a} + \overline{ba} = 30$; entonces $\overline{1a}^{b} = 121$.

II. Si el residuo de dividir D entre 18 es 3 veces el cociente, entonces $D_{máx.} = 105$.

III. Si $CA(6 \times \overline{a0}) = \overline{bc}$, entonces $b + c = 5$.

Son verdaderas:

A) Solo I B) Solo II C) Solo III
D) I y II E) II y III

24. Si:

$\overline{ab} - \overline{ba} = \overline{c0}$

$\overline{ab} + \overline{ba} = \overline{d0}$

donde $a > b$. Indica el valor de verdad de las siguientes proposiciones.

I. El mínimo valor de $a + b + c + d$ es 21. ( )

II. d puede ser impar. ( )

III. El máximo valor de $a + d$ es 18. ( )

Resolución de problemas

25. Dado:

$$\begin{array}{r|l} \overline{abcd} & 820 \\ \hline & \overline{xx} \\ \overline{341} & \end{array}$$

Calcula: $a+b+c+d$

A) 19 B) 18 C) 14
D) 9 E) 16

26. Si se verifica $\overline{mnp}\times 63=\overline{...746}$. Halla la suma de cifras del producto total.

A) 18 B) 36 C) 27
D) 81 E) 54

27. El divisor y el residuo de una división inexacta son 28 y 12, respectivamente. ¿Entre qué valores está n, que es el número que se le debe sumar al dividendo para que el cociente aumente en 5 unidades?

A) $128<n<155$ B) $142\leq n\leq 155$
C) $128\leq n\leq 155$ D) $128\leq n<140$
E) $182\leq n<190$

28. Si $\overline{abcc}\ .\ \overline{ba}=\overline{4xyz1}$, donde a, b, y c son cifras diferentes entre sí, calcula $a+b+c+x+y+z$.

A) 18 B) 14 C) 19
D) 15 E) 16

29. En la numeración de las $\overline{1abc}$ páginas de un libro se han empleado $\overline{4abc}$ tipos de imprenta.
Calcula: $a+b+c$

A) 17 B) 18 C) 20
D) 15 E) 14

30. Calcula la suma de términos de la siguiente progresión aritmética, si la cantidad de términos que hay entre 17 y 44 es el doble de la cantidad de términos que hay entre 2 y 17.
2; ...; 17; ...; 44

A) 210 B) 418 C) 345
D) 148 E) 237

31. En la multiplicación de $\overline{abc}\times 37$, la diferencia de los productos parciales es 1028. Halla $(b-a)^2+c$.

A) 16 B) 17 C) 18
D) 19 E) 20

32. El producto de un número por 8 termina en 496 y el producto del mismo número por 26 termina en 862. Calcula la suma de las tres últimas cifras del producto de dicho número por 3418.

A) 13 B) 14 C) 15
D) 16 E) 17

33. Sabiendo que:
$\overline{a1x}+\overline{a2x}+\overline{a3x}+...+\overline{a7x}=\overline{38y1}$
Calcula: $x+y+a$

A) 8 B) 9 C) 10
D) 11 E) 12

34. Determina $(a+b)$, si para escribir todos los números enteros desde $\overline{1ab}$ hasta $\overline{ab2}$ se han empleado $\overline{1ab1}$ cifras.

A) 13 B) 16 C) 22
D) 15 E) 17

35. Para escribir los primeros $\overline{2ab}$ números enteros positivos, se han empleado $\overline{6ab}$ cifras. ¿Cuántas cifras se emplearán para escribir los primeros $\overline{aba}$ números enteros positivos?

A) 1627 B) 1542 C) 1527
D) 1822 E) 1780

36. Si los numerales $\overline{ab1}$ y $\overline{ab4}$ son dos términos consecutivos de una progresión aritmética, además el primer y último término son 11 y 902 respectivamente. Halla el número de términos.

A) 298 B) 304 C) 257
D) 299 E) 324

37. ¿Cuántos números de la forma $\overline{a(a+b)b}_{(6)}$ existen?

A) 30 B) 15 C) 21
D) 42 E) 18



Claves

NIVEL 1
1.
2.
3.
4.
5.
6. A
7. B
8. D
9. B
10. C

NIVEL 2
11.
12.
13.
14. C
15. C
16. C
17. A
18. A
19. D
20. C

NIVEL 3
21.
22.
23. B
24.
25. A
26. C
27. C
28. D
29. B
30. C
31. A
32. A
33. A
34. A
35. C
36. A
37. B

MARATÓN Matemática

Dados los conjuntos:

$A = \{5 - x \in \mathbb{N} / x \in \mathbb{N}\}$

$B = \{n + \sqrt{y} / \overline{aaa}_{(2)} - y = -2; n \in A\}$

Si se tienen las proposiciones:

p: $A \cap B = \{3; 4; 5\}$

q: $A - B = \{0; 1\}$

r: $A \cup B = B$

Halla el valor de verdad del siguiente esquema molecular:

$[(p \wedge q) \vee r] \Rightarrow \sim r$

Resolución:

Determinamos por extensión los conjuntos A y B.

Para el conjunto A:

$5 - x \in \mathbb{N}$

→ 0; 1; 2; 3; 4; 5

Entonces:

$A = \{5 - 0; 5 - 1; 5 - 2; 5 - 3; 5 - 4; 5 - 5\} = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$

Para el conjunto B:

$\overline{aaa}_{(2)} - y = -2$

Como $0 < a < 2$, entonces: $a = 1$

Luego:

$111_{(2)} - y = -2$

$2^3 - 1 - y = -2$

$\Rightarrow y = 9$

Entonces:

$B = \{0 + \sqrt{9}; 1 + \sqrt{9}; 2 + \sqrt{9}; 3 + \sqrt{9}; 4 + \sqrt{9}; 5 + \sqrt{9}\}$

$B = \{3; 4; 5; 6; 7; 8\}$

Ahora hallamos el valor de verdad de las proposiciones:

p: $A \cap B = \{3; 4; 5\}$, es verdadero (V).

q: $A - B = \{0; 1\}$, es falso (F) ya que $A - B = \{0; 1; 2\}$.

r: $A \cup B = B$, es falso (F), ya que $A \cup B = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$

Finalmente, reemplazamos el valor de verdad de cada una de las proposiciones en el esquema molecular.

$[(p \wedge q) \vee r] \Rightarrow \sim r$

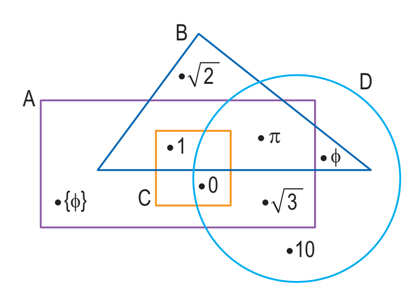
$[(V \wedge F) \vee F] \Rightarrow \sim F$

$F \vee F \Rightarrow V$

$F \Rightarrow V$

V

1. Del siguiente gráfico:



Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

A) $\pi \in B - C$ ( )

B) $n(D - A) = 3$ ( )

C) $n[P(B - D)] \Leftrightarrow 8$ ( )

D) $\{\phi; \{\phi\}\} \subset A$ ( )

E) $\{\phi; \pi\} \subset B$ ( )

2. De las siguientes proposiciones:

- El tigre es un mamífero.
- El tigre es un carnívoro, entonces no vuela.
- El tigre es carnívoro o mamífero.
- El tigre es un carnívoro.
- El tigre es un felino.

¿Cuántas son proposiciones compuestas?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. De las siguientes proposiciones:

I. $0 \neq 2$ y $3 < 4$

II. Si $3 < 41$, entonces $3^2 = 9$.

Indica sus valores de verdad respectivamente.

A) VV B) VF C) FV D) FF E) N. A.

4. Sea el numeral:

$\overline{(a-2)\left(\frac{a+1}{2}\right)(2a)(5-a)}_{(b)}$

Halla el menor valor de $a^2 + b$.

A) 16 B) 18 C) 26 D) 32 E) 36

5. Si $\overline{ab}_{(7)} - \overline{b0}_{(9)} = a$, calcula $\left(\frac{a}{b}\right)^2$.

A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{9}{16}$ D) $\frac{16}{9}$ E) $\frac{1}{4}$

6. Si $\sqrt{x + 4z + y + z^2} = z + 4$, halla: $\overline{yxx} + \overline{zzy} + \overline{xyz}$

A) 1771 B) 1661 C) 1776 D) 1177 E) 1166

7. Sean A y B dos conjuntos tales que $n(A - B) = 8$, $n(A \cap B) = 6$ y $n(B - A) = 7$. ¿Cuántos elementos tiene $A \cup B$?

A) 17 B) 18 C) 19 D) 20 E) 21

8. De un total de 200 personas, 70 consumen el producto A, 80 consumen el producto B y 100 consumen el producto C. Si 20 personas consumen los tres productos, ¿cuántas personas consumen solo dos de estos productos?

A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

9. Si: $A = \{x + 1 / x \in \mathbb{N}; x < 5\}$

Halla: $n[P(P(A))]$

A) 2^5 B) 2^{20} C) 2^{32} D) 2^{40} E) 2^{48}


Aritmética
Unidad 2

RECUERDA

Los números imaginarios

En el siglo XVI los matemáticos Tartaglia y Cardano al estudiar la ecuación de tercer grado permitieron discutir por primera vez a las cantidades imaginarias. Por esa época, la aceptación de los números negativos e irracionales fue un proceso gradual, aunque inicialmente, solo interesaban las soluciones racionales y positivas. A los números irracionales y negativos se les logró interpretar geométricamente de manera simple en una recta numérica, lo que no sucedía con los números imaginarios, esto retrasó considerablemente su aceptación. Por otra parte los números imaginarios eran una especie de caja negra mágica, que con algo de arrojo permitían resolver algunas ecuaciones.

Recién a principios del siglo XIX, a los números imaginarios se les dio una interpretación geométrica como puntos en el plano llamado PLANO COMPLEJO, gracias a los estudios del cartógrafo noruego Caspar Wesel, al contador suizo radicado en París Jean Argand y principalmente al matemático alemán Carl Gauss.

Es sabido que un número complejo denotado con el símbolo Z, gráficamente queda determinado por una pareja de números reales (a; b) y binómicamente se representa $Z = a + bi$, donde a es la parte real y bi es la parte imaginaria.

La virtud principal de los números complejos radica en que, a diferencia de los números reales, todo polinomio tiene raíces dentro de los números complejos; o en otras palabras, toda ecuación polinomial puede resolverse dentro de los números complejos. Esto se conoce como el teorema fundamental del Álgebra.

Reflexiona

- *A muchos seres su soberbia los ha alejado de las cosas valiosas e importantes de la vida; la soberbia es el camino más corto para llegar al fracaso.*
- *La vida esta llena de fracasos, pero también de éxitos, los cuales debemos vivir intensamente en su momento para amanecer al nuevo día con el aprendizaje del día anterior.*
- *Debes empezar a cultivar un mayor nivel de tolerancia y comprensión contigo, es importante para tu crecimiento y para lograr una mejor calidad de vida, más adelante solo podrás ser tolerante y comprensivo con los demás si antes lo eres contigo mismo.*

¡Razona...!

La gráfica nos muestra a 12 palitos de fósforo (todos del mismo tamaño).

- x es el menor número de palitos que se mueven de tal manera que se formen 10 cuadrados.
- y es el menor número de palitos que se mueven de tal manera que quedan 3 cuadrados iguales.
- z es el menor número de palitos que se mueven para formar 7 cuadrados.

Halla: $x + y + z$

A) 7
B) 8
C) 9
D) 10
E) 11

Aplicamos lo aprendido



TEMA 1: TEORÍA DE LA DIVISIBILIDAD

1 Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

a) $\overset{\circ}{5} + 3 = \overset{\circ}{5} - 2$

b) $\overset{\circ}{3} + 2 = \overset{\circ}{3} - 1$

c) $\overset{\circ}{7} + 5 = \overset{\circ}{7} + 3$

d) $\overset{\circ}{11} - 2 = \overset{\circ}{11} - 9$

A) VFVF B) VFFV C) VVFF
D) VVFV E) FFVV

2 Efectúa:

$(\overset{\circ}{4} + 1)(\overset{\circ}{4} + 2)(\overset{\circ}{4} + 3)$

A) $\overset{\circ}{4} + 7$ B) $\overset{\circ}{4} + 8$ C) $\overset{\circ}{4} - 1$
D) $\overset{\circ}{4}$ E) $\overset{\circ}{4} + 2$

3 Halla la suma de todos los divisores de 54.

A) 124 B) 126 C) 120
D) 136 E) 132

4 Halla la suma de los cuatro primeros valores positivos de x.
Si: $7(x + 1) = \overset{\circ}{3}$

A) 24 B) 23 C) 22
D) 25 E) 26

5 ¿Cuántos números de dos cifras son divisibles por trece?

A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 8

6 Calcula m, si $\overline{(2m)1(m + 1)(2m + 2)} = \overset{\circ}{11}$

A) 2 B) 5 C) 3
D) 1 E) 4

7 Calcula el residuo de dividir:
$S = 1 + 2 + 3 + 4 + ... + 60$, entre 7.

A) 1 B) 5 C) 2
D) 3 E) 6

8 Calcula el menor valor de m, si $\overline{3m40} = \overset{\circ}{9}$.

A) 0 B) 1 C) 3
D) 4 E) 2

9 Si $\overline{a(a+1)a} = \overset{\circ}{7}$, calcula **a**.

A) 4 B) 3 C) 6
D) 7 E) 1

10 Calcula la suma de los valores que puede tomar m, si $\overline{847m2} = \overset{\circ}{4}$.

A) 13 B) 24 C) 25
D) 15 E) 12

11 Al dividir $\overline{mn}$ entre 13, se obtiene 4 de resto y al dividir $\overline{pq}$ entre 13, el resto es 5. ¿Cuál será el resto de dividir $\overline{mnpq}$ entre 13?

A) 1 B) 3 C) 4
D) 2 E) 6

12 ¿Cuántas cifras 2 deben colocarse a la derecha de 13 como mínimo, para formar por primera vez un número que sea múltiplo de 9?

A) 9 B) 5 C) 7
D) 6 E) 8

13 Sean los conjuntos:
$A = \{\overline{ab}_{(5)} / a + b = \overset{\circ}{4}\} \wedge B = \{\overline{ab}_{(6)} / a + b = \overset{\circ}{5}\}$
¿Cuántos elementos tiene $A \cap B$?

A) 5 B) 3 C) 4
D) 2 E) 1

14 Halla el número $\overline{a5bc}$, sabiendo que es múltiplo del producto de sus cifras.
Calcula: $a + b + c$

A) 9 B) 12 C) 15
D) 13 E) 10

Claves

1. C	3. C	5. D	7. D	9. B	11. D	13. E
2. E	4. E	6. A	8. E	10. C	12. C	14. D



Practiquemos

NIVEL 1

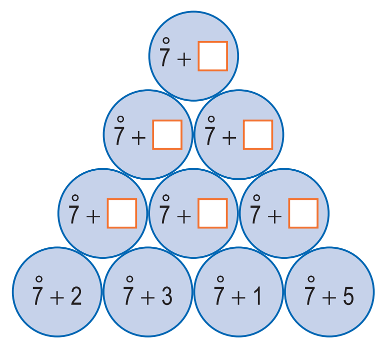
Comunicación matemática

1. Identifica y colorea:

- De azul los múltiplos de 2 de una cifra.
- De rojo los múltiplos de 3 de dos cifras.
- De amarillo los múltiplos de 11.

Julio 2014						
Do	Lu	Ma	Mi	Ju	Vi	Sa
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

2. Analiza la siguiente pirámide multiplicativa, completa y calcula la suma de valores de los recuadros vacíos.



3. Relaciona según corresponda:

$\overline{abcd3}_{(5)}$	$\overset{\circ}{5}+2$
$(\overset{\circ}{5}+2)^2$	$\overset{\circ}{5}+1$
67	$\overset{\circ}{5}+3$
$(\overset{\circ}{5}+2)(\overset{\circ}{5}+3)$	$\overset{\circ}{5}+4$

Razonamiento y demostración

4. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

I. $\overset{\circ}{12}+\overset{\circ}{12}=\overset{\circ}{24}$ ( )

II. $\overset{\circ}{5}\times 6=\overset{\circ}{5}$ ( )

III. $(\overset{\circ}{6}+3)\times(\overset{\circ}{6}+4)=\overset{\circ}{6}$ 

IV. $\overset{\circ}{23}-\overset{\circ}{23}=0$ ( )

5. De las siguientes proposiciones:

I. $\overset{\circ}{47}+19=\overset{\circ}{47}-28$

II. Un valor de $\overset{\circ}{37}+2$ es 39.

III. 22×15 es $\overset{\circ}{40}$.

IV. 30×70 es $\overset{\circ}{35}$.

Son verdaderas:

A) Solo I B) I, II y III
C) I, II y IV D) Solo II
E) Todas

Resolución de problemas

6. Halla la suma de los seis primeros múltiplos positivos de 7.

A) 145 B) 192 C) 152
D) 156 E) 147

7. Calcula la suma de todos los divisores de 42.

A) 97 B) 98 C) 96
D) 95 E) 91

8. Indica la propiedad incorrecta:

A) $\overset{\circ}{2}\times\overset{\circ}{2}=\overset{\circ}{2}$ B) $\overset{\circ}{7}+\overset{\circ}{7}+\overset{\circ}{7}=\overset{\circ}{7}$

C) $\overset{\circ}{12}+\overset{\circ}{12}=\overset{\circ}{5}$ D) $\overset{\circ}{5}\times(\overset{\circ}{3})=\overset{\circ}{3}$

E) $3\times(\overset{\circ}{5})=\overset{\circ}{5}$

9. Halla x: $5(x-3)=\overset{\circ}{11}$

A) $\overset{\circ}{11}-5$ B) $\overset{\circ}{11}+5$ C) $\overset{\circ}{11}+3$

D) $\overset{\circ}{11}-3$ E) $\overset{\circ}{11}+1$

10. Si: $(\overset{\circ}{7}+2)(\overset{\circ}{7}+3)=\overset{\circ}{7}+(2x-4)$

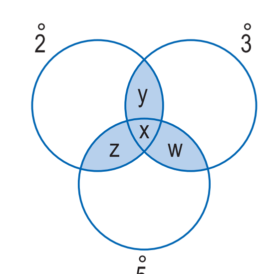
Halla x.

A) 8 B) 6 C) 7
D) 4 E) 5

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. En el siguiente gráfico, completa los recuadros vacíos:



- Si x es el menor número de 2 cifras, entonces x = ___.
- Si y es el mayor número de 2 cifras, entonces y = ___.
- Si z es el menor número de 2 cifras, entonces z = ___.
- Si w es el menor número de 3 cifras, entonces w = ___.

Resolución de problemas

12. Coloca verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

Si $A=\overset{\circ}{7}\wedge B=\overset{\circ}{3}\Rightarrow A+B=\overset{\circ}{10}$	
Si $\overline{3a54}=\overset{\circ}{13}\Rightarrow a=3$	
$(\overset{\circ}{17}-2)^4=\overset{\circ}{17}+16$	
Si $\overline{267m}=\overset{\circ}{11}\Rightarrow m=4$	

Razonamiento y demostración

13. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

I. Si $N=\overline{(2a)(3a)a}$, entonces $N^3=\overset{\circ}{49}$. ( )

II. Si $\overline{mnnm}+N=\overset{\circ}{11}$, entonces $N^2=\overset{\circ}{121}+1$. ( )

III. Si $x+y+z=\overset{\circ}{9}$, entonces $4\overline{xzy}+7\overline{yxz}=\overset{\circ}{9}$. ( )

14. Sea: $(N-9)^{N+1}=M$

De las proposiciones:

I. Si $N=\overset{\circ}{10}$, entonces $M=\overset{\circ}{10}+1$.

II. Si $N=\overset{\circ}{9}$, entonces $M=\overset{\circ}{9}+1$.

III. Si $N=\overset{\circ}{8}$, entonces $M=\overset{\circ}{8}-1$.

Son verdaderas:

A) Solo I B) Solo II C) I y III
D) II y III E) Todas

Resolución de problemas

15. En una fiesta hay 20 personas. Si el número de varones es igual al número de los divisores de 54, ¿cuántas mujeres hay en la fiesta?

A) 12 B) 13 C) 14
D) 11 E) 15

16. Halla la suma de los valores de **a** si:

$\overline{(a-5)(a-3)\,a\,(a-2)} = \overset{\circ}{3}$

A) 11 B) 4 C) 7
D) 9 E) 12

17. Calcula **a**, si: $\overline{53a2} = \overset{\circ}{8}$; $(a = \overset{\circ}{3})$

A) 0 B) 3 C) 6
D) 7 E) 9

18. Calcula $x + y$, si: $\overline{x26y} = \overset{\circ}{72}$

A) 8 B) 6 C) 10
D) 12 E) 13

19. Una revista tiene más de 14 páginas y menos de 26. Si el número de páginas es múltiplo de 4 y múltiplo de 6, ¿cuántas páginas tiene la revista?

A) 12 B) 18 C) 20
D) 24 E) 25

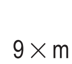
20. ¿Cuántos números naturales de tres cifras, que terminan en cifra 7, son divisibles entre 13?

A) 9 B) 8 C) 7
D) 5 E) 10

NIVEL 3

Comunicación matemática

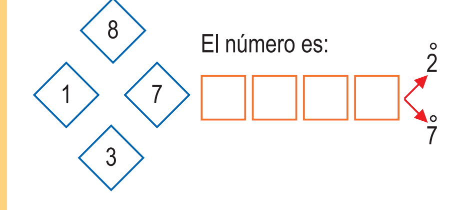
21. En el gráfico, si $\overline{ab} - \overline{cd} = 23$, el valor de: $a + b$ es ☐.



$9 \times m$ | Área $= \overline{abcd}$ | $11 \times n$

22. Ordena los siguientes números en los recuadros vacíos.

¿Cuál es la cifra de orden 3?



Razonamiento y demostración

23. Si se cumple:

$A \times B + C = \overset{\circ}{n}$

Donde, A, B, C $\in \mathbb{Z}$ y $n \in \mathbb{Z}^+$. De las proposiciones:

I. Si $A \times B = C$, entonces $A \times B - C = \overset{\circ}{n}$

II. Si $A \times B = \overset{\circ}{n} + r$, entonces $C = \overset{\circ}{n}$

III. Si $C = 0$ y $A = B = 1$, entonces n puede ser diferente de 1.

Son verdaderas:

A) Solo I B) Solo II
C) I y II D) II y III
E) Todas

24. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

I. Si $5N + M = \overset{\circ}{11}$, y $M = 3N$, entonces $N = \overset{\circ}{11}$. ( )

II. Si $\overline{cab} = \overset{\circ}{9}$, entonces $\overline{4a} + \overline{2b} + \overline{3c} = \overset{\circ}{9}$. ( )

III. Si $A = \overset{\circ}{7} + 4$ y $B = \overset{\circ}{7} + 4$, entonces $A = B$. ( )

Resolución de problemas

25. Si $\overline{abc}$ se multiplica por 11, se obtiene $\overline{4n3n}$. Halla: $a + b + c$

A) 19 B) 12 C) 17
D) 11 E) 15

26. ¿Cuántos números de la forma $\overline{mnpq}$ divisibles entre 33 existen, tal que $\overline{pq} - \overline{mn} = 7$?

A) 3 B) 5 C) 7
D) 2 E) 4

27. Halla el residuo de dividir 13^{1146} entre 5.

A) 2 B) 3 C) 4
D) 1 E) 0

28. Calcula x en:

$$\overset{\circ}{9} + x = (\overset{\circ}{9} + 8)^{(\overset{\circ}{8}+7)^{(\overset{\circ}{7}+6)^{\cdot^{\cdot^{\cdot(\overset{\circ}{2}+1)}}}}}$$

A) –2 B) 7 C) 8
D) 3 E) 5

29. Si:

$\overline{ab} + (\overline{ab} + 3) + (\overline{ab} + 6) + ...$

$+ (\overline{ab} + 96) = \overset{\circ}{17}$

¿Cuál es la suma de todos los valores de $\overline{ab}$?

A) 180 B) 140 C) 210
D) 270 E) 330

30. Sabiendo que:

$\overline{ab}^{a} = \overset{\circ}{7} + 2$

$\overline{ab}^{b} = \overset{\circ}{7} + 5$

$\overline{ab}^{\overline{ab}} = \overset{\circ}{7} + x$

Calcula el valor de x.

A) 5 B) 4 C) 3
D) 2 E) 1



Claves

NIVEL 1		NIVEL 2		NIVEL 3	
1.	7. C	11.	19. D	21.	24.
2.	8. C	12.	20. C	22.	25. C
3.	9. C	13.		23. A	26. A
4.	10. E	14. C			27. C
5. C		15. A			28. C
6. E		16. A			29. D
		17. E			30. C
		18. C			

Aplicamos lo aprendido



TEMA 2: NÚMEROS PRIMOS

1 Calcula $a + b + c$, si: $693 = 3^a \times 7^b \times 11^c$

A) 4 B) 7 C) 3
D) 5 E) 6

2 Determina el número de divisores de: 15×33^2

A) 18 B) 6 C) 9
D) 24 E) 2

3 Determina la suma de las inversas de los divisores de 100.

A) 1,24 B) 2,17 C) 1,58
D) 2,12 E) 1,48

4 ¿Cuántos divisores tiene 666^6?

A) 673 B) 376 C) 367
D) 637 E) 736

5 ¿Cuántos divisores compuestos tiene el número 14 580?

A) 48 B) 45 C) 42
D) 35 E) 38

6 Si $\overline{ab}^2$ tiene 9 divisores, cuya suma es 18, halla $(a + b)^{(b+a)}$. Además $b = \overset{\circ}{5}$.

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

7 Halla el valor de n para que el número de divisores de $N = 30^n$ sea el doble del número de divisores de $M = 15 \times 18^n$.

A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9

8 Si $4^a \times 3^b$ tiene $\overline{aa}$ divisores, ¿cuántos divisores tiene $\overline{ab}$?

A) 2 B) 4 C) 6
D) 8 E) 10

9 Si $a - b = -c$ y $\overline{abc}$ tiene 10 divisores, halla el menor valor de $a^2 + b^2 + c^2$.

A) 86 B) 96 C) 110
D) 126 E) 146

10 ¿Cuántos divisores tendrá: $B = 49 \times 49^2 \times 49^3 \times \ldots \times 49^n$?

A) $n^2 + 1$ B) $n^3 + n^2 + 1$ C) $(n + 1)^2$
D) $n^2 + 2n - 1$ E) $n^2 + n + 1$

11 ¿Cuál es el menor número de dos cifras que cumple que el producto de sus divisores es igual al número elevado a la quinta?

A) 36 B) 80 C) 65
D) 48 E) 72

12 Si 30^a tiene $\overline{bc}$ divisores, calcula a + b + c, siendo a, b y c diferentes entre sí.

A) 12 B) 9 C) 18
D) 13 E) 15

13 Si se sabe que $4^{a+2} - 4^a$ tiene 28 divisores, indica el valor de a.

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 7

14 Se sabe que N admite solo 3 divisores primos que sumados resulta 16. Da como respuesta el menor valor que adopta N, si este tiene 30 divisores.

A) 1500 B) 1584 C) 1600
D) 1700 E) 1728

Claves

1. A	3. B	5. E	7. C	9. A	11. D	13. B
2. D	4. D	6. B	8. D	10. E	12. D	14. B

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Completa:

a) ☐ es el único número primo par.

b) ☐ es el menor número compuesto.

c) ☐ y 4 son PESÍ.

d) 37 es divisible por ☐ y por ☐.

2. Completa las siguientes descomposiciones canónicas:

a) $154 = \square \times \square \times \square$

b) $420 = \square^{\square} \times \square \times \square \times \square$

c) $320 = \square^{\square} \times \square$

d) $120 = \square^{\square} \times \square \times \square$

3. Pinta las parejas de números que sean PESÍ.

12 y 18	9 y 25	16 y 44
19 y 57	14 y 27	66 y 7

Razonamiento y demostración

4. Indica verdadero (V) o falso (F), según corresponda:

I. $CD(N) = CD_{primos} + CD_{compuestos}$ ☐

II. 61 es un número primo absoluto. ☐

III. 8; 37 y 38 son PESÍ 2 a 2. ☐

5. De las siguientes proposiciones:

I. 53 es un número compuesto.

II. $CD(12) = CD(4) \times CD(3)$

III. $SD(13) = 24$

Son verdaderas:

A) Solo I B) Solo II C) Solo III
D) I y III E) Todas

Resolución de problemas

6. ¿Cuántos números primos absolutos hay entre 30 y 50?

A) 8 B) 7 C) 4 D) 6 E) 5

7. ¿Cuántos divisores primos tiene 3500?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

8. Determina la suma de los divisores de 920.

A) 2024 B) 2160 C) 2080 D) 2240 E) 2000

9. ¿Cuál es el valor de n para que 4^n tenga 31 divisores?

A) 7 B) 6 C) 10 D) 12 E) 15

10. Calcula la suma de las inversas de los divisores de 234.

A) 1,5 B) 2,5 C) 2,3 D) 1,7 E) 1,8

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. Completa la siguiente tabla de divisores:

×	1	5	5^2
1			
2			
2^2			
2^3			
2^4			

12. Marca los números que tengan 2 divisores simples.

21	3	12	5	11
17	44	36	16	49
56	14	23	39	64

Razonamiento y demostración

13. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

I. $CD(72) = CD(108)$ ☐

II. $PD(2) = 3$ ☐

III. $N = \dfrac{SD(N)}{SID(N)}$ ☐

14. De las siguientes proposiciones:

I. $CA\,[PD(71)] = CA(71)$

II. Si $p = m + n$ es primo, entonces m y n son primos absolutos.

III. Si $\overline{n(n+1)}$ es primo, entonces n puede ser impar.

Son verdaderas:

A) Solo I B) Solo II C) Solo III
D) I y III E) II y III

Resolución de problemas

15. ¿Cuántos ceros deben colocarse a la derecha de 9 para que el número así escrito tenga 48 divisores?

A) 3 B) 4 C) 2
D) 5 E) 6

16. Si 18^n tiene 63 divisores compuestos, Calcula el valor de n.

A) 2 B) 3 C) 4 D) 1 E) 5

17. El número $6^a \times 18^b$ tiene 77 divisores. Calcula el producto a y b.

A) 8 B) 6 C) 10
D) 12 E) 15

18. El número $N = 42 \times 3^n$ tiene 3 divisores menos que 900. Halla dicho número y da la suma de sus cifras.

A) 12 B) 11 C) 8 D) 10 E) 9

19. Halla un número de la forma $N = 2^a \times 3^b$ sabiendo que si se multiplica a dicho número por 8 y por 9 su número de divisores aumenta en 9 y 10, respectivamente.

A) 144 B) 156 C) 1200
D) 1000 E) 500

20. Si la suma de la cantidad de divisores de $N_1 = 14.30^n$ y $N_2 = 21.15^n$ es 96, ¿cuál es el valor de n?

A) 2 B) 4 C) 3 D) 5 E) 1

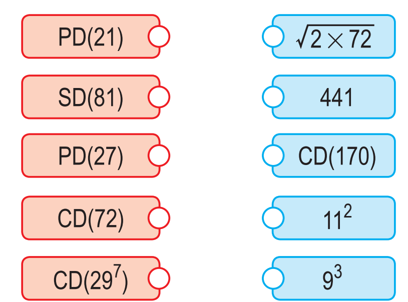
NIVEL 3

Comunicación matemática

21. Marca los números cuya cantidad de divisores sea igual a 15.

360	64	400
280	615	792
1350	504	120

22. Relaciona:



Razonamiento y demostración

23. Indica verdadero (V) o falso (V) según corresponda:

I. CD(12) < CD(15) ( )

II. $PD(7^n) = (7^{n+1})^{\frac{n}{2}}$ ( )

III. 792 posee 24 divisores compuestos. ( )

24. Si a < b < c son números enteros positivos primos, tal que:

$$a + b = c$$

Indica verdadero o falso según corresponda:

I. a puede ser diferente de 2. ( )

II. b puede tomar el valor de 2. ( )

III. a + b + c puede ser un número primo. ( )

Resolución de problemas

25. Si $\overline{ab0b}_{(4)}$ es un número primo, calcula a × b.

A) 2 B) 3 C) 6
D) 9 E) 1

26. El número $3^b \,.\, 5^a$ tiene 3 divisores más que el número $2^a \,.\, 5^3$. Halla la diferencia de los números.

A) 12 000 B) 1625 C) 1525
D) 500 E) 600

27. Si $\overline{aabc} = \underbrace{c^3 \times 3^2}_{DC}$, calcula a + b + c.

A) 6 B) 7 C) 8
D) 9 E) 10

28. Se conoce que $\overline{abc}$ tiene 21 divisores. Calcula el producto de a, b y c.

A) 144 B) 240 C) 160
D) 216 E) 210

29. Sabiendo que el número:

$N = 25^a + 25^{a-1}$

tiene $\overline{33b}$ divisores, halla (a + b).

A) 33 B) 22 C) 44
D) 55 E) 66

30. Si el número $N = 13^{k+2} - 13^k$ tiene 75 divisores compuestos, indica el valor de k.

A) 3 B) 5 C) 4
D) 8 E) 6

Claves

NIVEL 1	7. B	12.	19. A	24.
1.	8. B	13.	20. A	25. C
2.	9. E	14. A	NIVEL 3	26. C
3.	10. C	15. A		27. C
4.		16. E	21.	28. E
5. B	NIVEL 2	17. A	22.	29. C
6. E	11.	18. E	23.	30. C

Aplicamos lo aprendido



TEMA 3: MÁXIMO COMÚN DIVISOR Y MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO

1 Si: $A = 10^n \times 15^{2n+1}$ y $B = 15^n \times 10^{2n}$ tienen 325 divisores comunes. Calcula: n

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

2 Halla:

$$E = \frac{MCM(160k; 180k)}{MCD(60k; 80k)}$$

A) 36 B) 54 C) 72
D) 42 E) 90

3 Halla el menor número de 3 cifras, tal que al dividirlo entre 4; 7 y 5 se obtenga de residuo 2.

A) 142 B) 150 C) 200
D) 160 E) 250

4 El MCD de los números 240k; 360k y 600k es 2400. Halla el MCM de 8k y 7k.

A) 1240 B) 1120 C) 1180
D) 1245 E) 1170

5 Si: A = 12n y B = 18n, además, MCD(A; B) = 12, calcula el valor de n.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

6 El número de divisores comunes de los números 1 760 913 y 83 853 es:

A) 24 B) 23 C) 21
D) 25 E) 28

7 Halla el mayor de dos números tales que su MCD sea 36 y su MCM sea 5148.

A) 467 B) 465 C) 468
D) 305 E) 415

8 La suma de dos números es 81 y el MCM de ellos es 180. Calcula el menor número.

A) 36 B) 27 C) 18
D) 45 E) 33

9 Halla dos números sabiendo que suman 78 y su MCD es 13. Da como respuesta la diferencia de dichos números.

A) 13 B) 47 C) 52
D) 42 E) 50

10 El MCD de dos números es 13; se desea conocer cuáles son estos números sabiendo que los cocientes sucesivos que se obtienen al hallar el MCD son 11; 9; 1; 1 y 2.

A) 624 y 6929 B) 623 y 6928
C) 613 y 692 D) 622 y 6929
E) 614 y 692

11 Al calcular el MCD de 2 números por divisiones sucesivas, los cocientes fueron 2; 5; 7 y 4. Si el MCD fue 12, calcula la suma de cifras del mayor.

A) 9 B) 18 C) 16
D) 27 E) 24

12 En una reunión asisten entre 5000 y 6000 personas. Si se agrupan de 8, 15 o 18, siempre sobra uno; pero en grupos de a 11, es exacto. ¿Cuántos asistieron?

A) 5401 B) 5621 C) 5841
D) 5201 E) 5000

13 Halla la menor distancia medible exactamente con una regla que se puede dividir en pedazos de 16; 8 y 18 cm de longitud.

A) 72 cm B) 52 cm C) 144 cm
D) 26 cm E) 288 cm

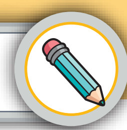
14 En un patio de forma cuadrada se desean acomodar losetas de 15 por 24 cm de tal manera que no sobre ni falte espacio. El menor número de losetas que se requieren es:

A) 60 B) 90 C) 120
D) 40 E) 50

Claves

1. C	3. A	5. B	7. C	9. C	11. B	13. C
2. C	4. B	6. A	8. A	10. A	12. A	14. D

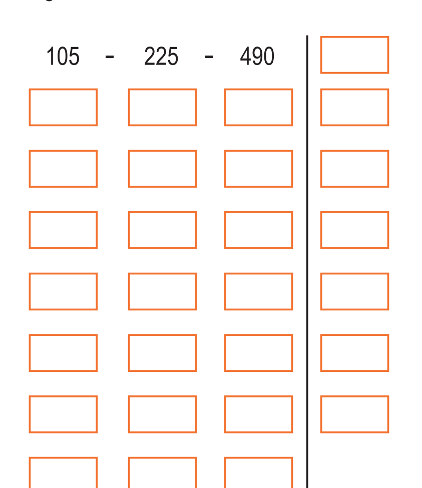
Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Completa la siguiente descomposición simultánea para hallar el MCM de los siguientes números:



MCM(105; 225; 490) = ☐

2. Marca los divisores comunes de los números 20; 28 y 36; luego completa.

3	6	5	1	9
2	7	25	4	8

MCD(20; 28; 36) = ☐

3. Si: $A = 2^4 \times 3^5 \times 5 \times 7^2$

$B = 2^3 \times 3^4 \times 5^2 \times 7^3$

Además $MCD(A; B) = 2^a \times 3^b \times 5^c \times 7^d$.

Relaciona:

a	4
d	1
b	3
c	2

Razonamiento y demostración

4. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

a) Si $A = 2^3 \times 3^2$ y $B = 2^2 \times 3^3$ entonces $MCD(A; B) = 2^2 \times 3^2$. ☐

b) MCM(2; 4) = 4 ☐

c) MCD(2; 1) = MCM(2; 1) ☐

5. De las siguientes proposiciones:

I. MCD(1; 7; 9) = 63
II. MCD(2; 4; 6) = 2
III. MCM(2 + 3; 1 + 3) = 1

Son verdaderas:

A) Solo I B) Solo II
C) Solo III D) I y II
E) Todas

Resolución de problemas

6. Si:

$A = 2^3 . 3^5 . 5^2 . 7^2$
$B = 2^4 . 3^2 . 5 . 11$
$C = 2^2 . 3^2 . 5^4 . 13^2$

Halla el MCD(A; B; C).

A) 360 B) 90 C) 270
D) 180 E) 300

7. Halla x, sabiendo que el MCM de los números $A = 72^x . 750$ y $B = 90^x . 4$ tiene 2944 divisores.

A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9

8. Si:

$A = 2^3 . 5^2 . 7^3$
$B = 2^2 . 5^3 . 11^2$
$C = 3^3 . 5^4$

Halla la cantidad de divisores del MCM(A; B; C).

A) 480 B) 240 C) 960
D) 1260 E) 1400

9. ¿Cuántos son los números positivos menores que 320 que son divisibles a la vez por 4; 5; 6 y 8?

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

10. Determina el valor de k si:

$$MCM\left(\frac{21k}{5}; \frac{7k}{10}; \frac{9k}{5}\right) = 630$$

A) 20 B) 30 C) 40
D) 50 E) 60

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. Completa el siguiente cuadro:

N	MCD(N; 6)	MCM(N; 12)
8		
10		
18		
24		

12. Completa los recuadros:

a) MCD(18; ☐) = 9

b) MCM(☐; ☐) = 6

c) MCD(5; ☐) = 1

d) MCM(☐; ☐) = 7

Razonamiento y demostración

13. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

a) MCD(2; 4; 6; 8) = 2 ☐

b) $MCD(A; A^3) = A$ ☐

c) $3 \times MCD(4; 2) = MCD(6; 1)$ ☐

14. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

a) $MCD(8; 1) \times MCM(8; 1) = MCM(8; 1)$ ☐

b) A + B = MCM(A; 1) + MCM(B; 1) ☐

c) $MCD(3; 9) = \overset{\circ}{6}$ ☐

Resolución de problemas

15. Halla el valor de n, si el MCM de los números: $A = 450 \times 75^n$; $B = 75 \times 18^n$ tiene 550 divisores.

A) 1 B) 2 C) 5
D) 3 E) 4

16. El MCM de dos números es 630, si su producto es 3780. ¿Cuál es su MCD?

A) 2 B) 3 C) 5
D) 8 E) 6

17. Al calcular el MCD de 2 números mediante el algoritmo de Euclides, se obtuvieron como cocientes sucesivos 4; 5; 2; 3. Si la diferencia de los números es 3630, calcula el mayor de los números.

A) 4200 B) 4280 C) 4640
D) 4770 E) 4800

18. ¿Cuántos números dividen exactamente a 6750; 6300 y 4050?

A) 18 B) 12 C) 15
D) 20 E) 10

19. Dados:

$A = 12 . 45^n$

$B = 12^n . 45$

Halla n, si su MCM tiene 90 divisores.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

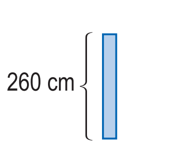
20. ¿Cuántos números de 3 cifras son divisibles a la vez por 4; 5; 6 y 8?

A) 5 B) 7 C) 6
D) 8 E) 9

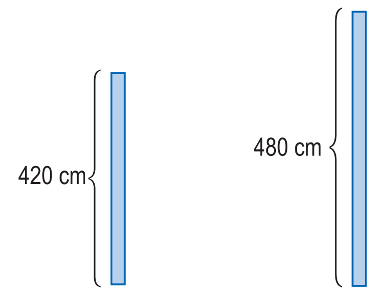
NIVEL 3

Comunicación matemática

21. Se tienen barras de acero con las siguientes longitudes:





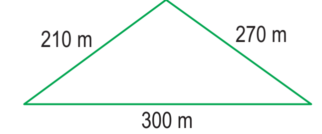


Si se quiere dividir en pequeños trozos de igual longitud, siendo el número de estos el menor posible:

a) ¿Cuántos trozos se obtuvieron? ☐

b) ¿Cuánto mide cada pedazo? ☐

22. Una empresa eléctrica va a colocar postes igualmente espaciadas en el contorno de un campo triangular, cuyos lados miden 210; 270 y 300 m; tal como se muestra a continuación:



Si en cada esquina se debe colocar un poste y la distancia entre poste y poste es la mayor posible. Responde:

a) ¿Cuántos postes se colocaron? ☐

b) ¿A qué distancia entre poste y poste se colocaron? ☐

Razonamiento y demostración

23. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

a) MCD(B; 3B; 5B; 2B) = 30B ☐

b) MCD($\overline{abc}$; $\overline{ab(c+1)}$) = 1 ☐

c) MCM(2 + 3; 3) = 12 ☐

24. De las siguientes proposiciones:

I. Si $B = \overset{\circ}{A}$, entonces MCD(A + B; A) = A.

II. Si A y B son PESÍ, entonces MCM [MCD(A; B); A × B] = A × B.

III. Si {a; b; c; d} ⊂ {3k / k ∈ $\mathbb{Z}^+$}, entonces MCD(a; b; c; d) = 1.

Son verdaderas:

A) Solo I B) Solo II C) I y II
D) II y III E) Todas

Resolución de problemas

25. Halla la suma de dos números cuyo MCD sea 18 y que el primero tenga 10 divisores y el segundo 15 divisores.

A) 306 B) 162 C) 144
D) 203 E) 104

26. Al calcular el MCD de dos números mediante el algoritmo de Euclides se obtuvo 10 como resultado, siendo los cocientes sucesivos 5; 1; 2 y 3. Halla el mayor de los números.

A) 570 B) 580 C) 560
D) 630 E) 685

27. Se ha dividido tres barras de acero, de longitudes 540; 480 y 360 m, en trozos de igual longitud siendo esta la mayor posible. ¿Cuántos trozos se han obtenido?

A) 40 B) 50 C) 60
D) 70 E) 80

28. ¿Cuáles son los dos números primos entre sí, cuyo MCM es 330 y su diferencia es 7?

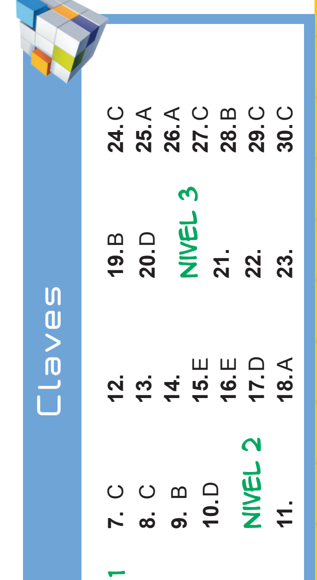
A) 23 y 14 B) 22 y 15 C) 13 y 12
D) 22 y 13 E) 21 y 23

29. El número A tiene 21 divisores y el número B tiene 10 divisores. Si el máximo común divisor de A y B es 18, entonces A + B es:

A) 654 B) 758 C) 738
D) 792 E) 810

30. Un comerciante realiza ventas consecutivas de artefactos, por 95 450 nuevos soles los televisores y por 19 550 nuevos soles las refrigeradoras. Si los televisores y refrigeradoras tienen el mismo precio y es el mayor posible, ¿cuántos artefactos vendió en total?

A) 96 B) 98 C) 100
D) 102 E) 104



Aplicamos lo aprendido



TEMA 4: CONJUNTO DE NÚMEROS RACIONALES (Q)

1 Halla la fracción generatriz de $0,41\overset{\frown}{6}$.

A) $\frac{19}{36}$ B) $\frac{7}{12}$ C) $\frac{5}{12}$
D) $\frac{1}{12}$ E) $\frac{7}{15}$

2 Halla la fracción generatriz de 3,875.

A) $\frac{71}{24}$ B) $\frac{139}{42}$ C) $\frac{37}{16}$
D) $\frac{31}{8}$ E) $\frac{17}{4}$

3 Halla:

$\sqrt{24\ .\ (0,91\overset{\frown}{6})+9\ .\ (0,\overset{\frown}{3})}$

A) 5 B) 4 C) 6
D) 10 E) 12

4 Reduce: $E=\dfrac{2,8\times 11,\overset{\frown}{36}}{5,6\overset{\frown}{81}}$

A) 1 B) 2,6 C) 5,6
D) 4,8 E) 2,8

5 Calcula:

$S=(2,174)^2-(2,074)^2$

A) 0,3628 B) 0,4248 C) 0,3648
D) 0,4249 E) 0,2149

6 Si a un número se le disminuye su tercera parte, es igual al cuadrado del número menos el número, halla el triple del número.

A) 5 B) 4 C) 3
D) 6 E) 8

7 El cuádruple de la suma de dos números es 38/7 y la mitad de su diferencia 13/28. Halla el menor.

A) $\frac{3}{14}$ B) $\frac{1}{14}$ C) $\frac{5}{14}$
D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{7}$

8 La mitad de la suma de dos números es 13/24 y el duplo de su diferencia 5/6. Halla el cociente de dichos números.

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{9}{4}$
D) $\frac{5}{3}$ E) $\frac{3}{2}$

9 ¿Cuántas fracciones irreductibles con denominador 18 existen entre 1/3 y 7/9?

A) 3 B) 2 C) 1
D) 5 E) 7

10 ¿Cuántas fracciones impropias e irreductibles con denominador 24 existen entre 2/3 y 13/8?

A) 5 B) 4 C) 3
D) 2 E) 1

11 Dado: $0,\widehat{m1} + 0,\widehat{m2} + 0,\widehat{m3} = 14/11$, halla m.

A) 5 B) 2 C) 1
D) 4 E) 3

12 Los 4/5 de las aves de una granja son palomas, los 5/6 del resto son gallinas y las 8 restantes son pavos. ¿Cuántas aves hay en la granja?

A) 200 B) 240 C) 250
D) 280 E) 300

13 Una vagoneta llena de carbón pesa 3720 kg. Cuando contiene los 5/8 de su capacidad pesa 95/124 del peso anterior. Calcula el peso de la vagoneta vacía.

A) 2320 kg B) 2100 kg C) 1800 kg
D) 1400 kg E) 2500 kg

14 De un tonel de 1400 L de vino se extrae 1/4 de lo que no se extrae; luego 1/4 de lo que ya se había extraído. ¿Cuánto se extrajo en total?

A) 250 L B) 300 L C) 350 L
D) 400 L E) 450 L

Claves

1. C 2. D 3. A 4. C 5. B 6. A 7. A 8. C 9. A 10. A 11. D 12. B 13. D 14. C

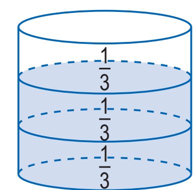
Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Si se ha retirado cierta cantidad de agua de un cilindro lleno tal como se muestra:



Responde:

a) ¿Qué fracción del cilindro se ha vaciado?

b) ¿Qué fracción del cilindro está lleno?

2. Representa gráficamente las siguientes fracciones:

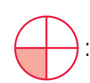
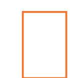
$\frac{5}{8}$:

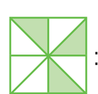
$\frac{2}{3}$:

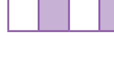
$\frac{4}{7}$:

$\frac{9}{10}$:

3. Escribe la fracción que representa la parte pintada.

: 

: 

:

:

Razonamiento y demostración

4. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

a) $1+\frac{1}{2}+\frac{3}{10}-\frac{7}{5}$ es una fracción impropia.

b) $\frac{5}{2}\times\frac{2}{3}\div\frac{5}{3}\notin \mathbb{N}$

c) $0,1+0,0\hat{3}=\frac{2}{15}$

5. Indica verdadero (V) o falso (F) en cada caso.

a) $\frac{2}{15}>\frac{17}{42}$

b) $\frac{3+5+8}{3+6+8}$ es irreductible.

c) $\frac{\sqrt{4}+1}{\sqrt{25}}$ es un número fraccionario.

Resolución de problemas

6. Halla la fracción generatriz de 0,666...

A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{5}{6}$
D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{3}$

7. Halla la fracción generatriz de $0,1\hat{3}$.

A) $\frac{3}{8}$ B) $\frac{1}{15}$ C) $\frac{2}{15}$
D) $\frac{7}{15}$ E) $\frac{2}{19}$

8. Efectúa:

$$S=\sqrt{22.(4,\widehat{27})+6}$$

A) 10 B) 5 C) 8
D) 12 E) 15

9. Calcula:

$$A=\sqrt{12.(0,\hat{6})+1}$$

A) 2 B) 4 C) 3
D) 5 E) 6

10. Calcula:

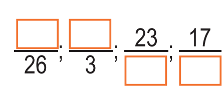
$$S=\sqrt[3]{37\ .\ (0,\widehat{081})+5}$$

A) 3 B) 2 C) 4
D) 1 E) 6

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. Completa los recuadros para obtener fracciones propias.



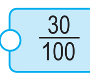
12. Relaciona las fracciones equivalentes.

$\frac{24}{36}$ $\frac{30}{100}$

$\frac{21}{28}$ $\frac{10}{22}$

$\frac{5}{11}$ $\frac{2}{3}$

$\frac{3}{10}$ $\frac{3}{4}$



Razonamiento y demostración

13. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

a) $0,\widehat{15}<0,1$

b) $0,\hat{2}=0,2+0,0\hat{2}$

c) $47\times 0,\widehat{37}=37-\frac{52\times 37}{99}$

14. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

a) $0,0\hat{7}<0,07$

b) La fracción $f=\frac{1+2+3+4}{1+2+3+4+5}$ es irreductible.

c) $\frac{1}{1+\frac{1}{2+3}}$ es irreductible.

Resolución de problemas

15. Simplifica:

$$\sqrt{\left(\frac{0,28333...}{0,5666...}\right)\left(\frac{1}{0,33...}\right)+0,5}$$

A) 2 B) 1 C) $\sqrt{2}$ D) 3 E) 4

16. Simplifica: $E=\frac{0,\hat{6}+0,3\hat{9}}{0,25}$

A) $\frac{37}{15}$ B) $\frac{32}{15}$ C) $\frac{9}{15}$
D) $\frac{64}{15}$ E) $\frac{16}{15}$

17. Traslada los siguientes números mixtos a fracciones y da como respuesta la suma de los numeradores obtenidos.

$$3\frac{2}{7};\ 5\frac{4}{9};\ 1\frac{5}{17};\ 6\frac{4}{9}$$

A) 149 B) 150 C) 151
D) 152 E) 153

18. ¿Cuánto le falta a 4/9 para ser igual a los 2/3 de los 5/7 de los 6/11 de los 4/9 de 7?

A) $\frac{4}{11}$ B) $\frac{5}{11}$ C) $\frac{7}{11}$
D) $\frac{8}{11}$ E) $\frac{3}{11}$

19. ¿Cuál es el quebrado de denominador 180 que esté comprendido entre 1/9 y 1/10?

A) $\frac{26}{180}$ B) $\frac{21}{180}$ C) $\frac{19}{180}$
D) $\frac{20}{180}$ E) $\frac{22}{180}$

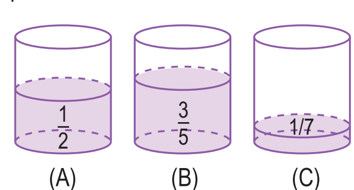
20. Entre 1/15 y 1/2, ¿cuántas fracciones con denominador 60 existen?

A) 26 B) 24 C) 22
D) 23 E) 25

NIVEL 3

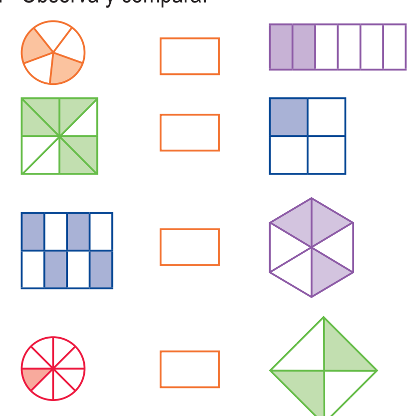
Comunicación matemática

21. Se tienen tres recipientes de igual capacidad.



¿Qué cantidad del recipiente B se debe verter en total a los recipientes A y C, para que estos 3 recipientes tengan la misma cantidad de líquido?

22. Observa y compara:



Razonamiento y demostración

23. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

a) Si $n \in \mathbb{Z}^+$, $n > 2$, entonces:

$$f = \frac{1+2+3+...+n}{1+8+27+...+n^3}$$

es una fracción impropia.

b) Si $N = 0,\overset{\frown}{ab}$ y $\frac{D}{5} = 2$,

entonces la fracción $f = \frac{N}{D}$

genera un número decimal inexacto periódico mixto.

c) $\frac{\overline{ab}+\overline{ba}}{\overline{1a}_{(2)}}$ y $\frac{27}{\overline{1b}_{(2)}}$ son fracciones homogéneas.

24. Sean las fracciones $f_1 = \frac{a}{b}$ y $f_2 = \frac{c}{d}$; de las siguientes proposiciones:

I. $a + b + c + d = 4$

II. Si $c = a + b$ y $f_2 - f_1 < 1$, entonces $d = b + n$; $n \in \mathbb{Z}^+$.

III. Si $c - 1 = a$, $d - b = 1$ y f_1 es una fracción propia, entonces $f_1 < f_2$.

Son verdaderas.

A) Solo I B) Solo II C) I y II
D) II y III E) Todas

Resolución de problemas

25. ¿Cuántas fracciones irreductibles con denominador 20 existen entre 1/4 y 6/5?

A) 4 B) 8 C) 3
D) 5 E) 7

26. ¿Cuánto le falta a la mitad de los 4/5 de 2/3 de 3 para ser igual a los 2/9 de 3/2 de la mitad de los 5/7 de 21?

A) $\frac{1}{10}$ B) $\frac{17}{11}$ C) $\frac{10}{17}$
D) $\frac{17}{10}$ E) $\frac{17}{12}$

27. Halla la suma de los términos de una fracción impropia de términos consecutivos, tal que al aumentarle dos unidades, el numerador queda aumentado en 8.

A) 8 B) 9 C) 10
D) 11 E) 12

28. Halla una fracción equivalente a 3/7, tal que la diferencia de sus términos sea 28. Da como respuesta la suma de sus términos.

A) 40 B) 50 C) 60
D) 70 E) 80

29. Una piscina está llena hasta sus 2/3 partes. Si se extraen 21 000 litros, quedaría llena hasta sus 3/8, ¿cuántos litros faltan para llenarla?

A) 72 000 L B) 45 000 L
C) 24 000 L D) 27 000 L
E) 48 000 L

30. Norma gastó la tercera parte de lo que no gastó. ¿Cuánto gastó con respecto al total?

A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{2}{3}$
D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{5}{3}$

31. Jorge gasta 1/3 del dinero que tiene y gana 1/3 de lo que le queda. Si ha perdido en total 12 soles, ¿cuánto tenía al principio?

A) S/.108 B) S/.120 C) S/.132
D) S/.144 E) S/.54



MARATÓN Matemática

Si:

a: es el menor $\text{MCD}(\underbrace{\overline{xyzxyz...xyz}}_{144 \text{ cifras}}; \overline{(2m)(3m)m})$

b: es el menor número con 6 divisores.

Halla: MCD(9a; 12b)

Resolución:

En el numeral $\overline{(2m)(3m)m}$, se cumple:

- $2m + 3m + m = 6m = \overset{\circ}{3}$
- $2m - 3m + m = 0 = \overset{\circ}{11}$
- $2(2m) + 3(3m) + m = 14m = \overset{\circ}{7}$

$\Rightarrow \overline{(2m)(3m)m} = \overset{\circ}{231}$

En el numeral $\underbrace{\overline{xyzxyz...xyzxyz}}_{144 \text{ cifras}}$, se cumple:

- $(x + y + z) + (x + y + z) + ... + (x + y + z) + (x + y + z)$
  $= 48(x+ y + z) = \overset{\circ}{3}$
- $(-2x - 3y - z + 2x + 3y + z) + ... + (-2x - 3y - z)(2x + 3y + z)$
  $= 0 = \overset{\circ}{7}$
- $(-x + y - z + x - y + z) + ... + (-x + y - z + x - y + z) = 0 = \overset{\circ}{11}$

$\Rightarrow \underbrace{\overline{xyzxyz...xyzxyz}}_{144 \text{ cifras}} = \overset{\circ}{231}$

Luego:

$\text{MCD}(\underbrace{\overline{xyzxyz...xyz}}_{144 \text{ cifras}}; \overline{(2m)(3m)m}) = 231$

$\Rightarrow a = 231$

Del enunciado, b es el menor número con 6 divisores, se tiene:

$CD(b) = 6 = (1 + 1) \times (2 + 1)$

Entonces, la descomposición canónica de b es:

$b = p \times q^2$ (p y q son PESÍ)

Luego:

$b = \begin{cases} 2^2 \times 3 \\ 3^2 \times 2 \end{cases}$

Como b es el menor número, se tiene:

$b = 2^2 \times 3 = 12$

Nos piden:

$\text{MCD}(9a; 12b) = \text{MCD}(9 \times 231; 12 \times 12)$

$= \text{MCD}(2079; 144)$

$= 9$

1. Halla la suma de los cinco primeros múltiplos naturales de 18.

A) 170 B) 160 C) 184
D) 180 E) 182

2. Hallar un número mayor que 20 y menor que 30, tal que dos de sus divisores sean 2 y 3.

A) 26 B) 28 C) 24
D) 29 E) 25

3. ¿Cuántos números de dos cifras son múltiplos de 7?

A) 12 B) 14 C) 15
D) 16 E) 13

4. Si el número $M = 32 \times 15^n$ tiene 20 divisores no simples, calcula n.

A) 3 B) 1 C) 5
D) 2 E) 4

5. Si: $\overline{abab} = \overset{\circ}{37}$, además $a > b$.

Calcula: a + b

A) 10 B) 11 C) 12
D) 13 E) 14

6. Si:

$A = 8^k + 8^{k+2}$

Tiene 88 divisores, ¿cuántos divisores tiene 8^{k+2}?

A) 28 B) 27 C) 30
D) 35 E) 24

7. Halla el valor de n en los números $A = 12 \times 45^n$ y $B = 12^n \times 45$ para que su MCM tenga 90 divisores.

A) 1 B) 2 C) 5 D) 4 E) 6

8. Halla dos números conociendo su suma que es 224 y su MCD es igual a 56.

A) 28 y 196 B) 56 y 168 C) 14 y 196
D) 196 y 14 E) 56 y 196

9. ¿Cuánto le falta a los 3/5 de 5/7 para que sea equivalente a los 2/3 de 3/4?

A) 1/7 B) 1/4 C) 1/2
D) 1/14 E) 1/5

10. Norma gastó la tercera parte de lo que no gastó. ¿Cuánto gastó con respecto al total?

A) 3/4 B) 1/4 C) 2/3
D) 2/5 E) 5/3

11. Nueve veces la quinta parte de la edad de Teresa es 63 años. ¿Cuántos años tiene Teresa?

A) 7 años B) 45 años C) 25 años
D) 35 años E) 31 años

12. Si a y b son números naturales, calcula la suma de los posibles valores de a de modo que:

$\frac{a}{9} + \frac{b}{5} = 3,0666...$

A) 7 B) 21 C) 30
D) 15 E) 45


Unidad 3

RECUERDA

Lobachewski Nicolas Ivanovich [1793-1856]

Matemático ruso nacido cerca de Nizhni Novgorod y fallecido en Kazán. Su padre murió cuando él era muy pequeño y su educación recayó en manos de su madre. A la edad de 20 años consiguió un puesto en la universidad de Kazán. Escribió muchas obras sobre matemática, pero su fama fundamental fue como hereje matemático. Durante veinte siglos Euclides y su sistema geométrico habían permanecido inalterables. Estaban completamente admitidos por los geómetras. Sin embargo, había en Euclides una pequeña imperfección que adquiría forma en su quinto axioma, el de las rectas paralelas. Lobachewski dio un paso gigantesco al preguntarse si dicho axioma era completamente imprescindible para construir la geometría. Así, desarrolló una nueva geometría, denominada no euclideana, partiendo de que por un punto no contenido en una recta pueden trazarse al menos dos rectas paralelas a la recta dada. Publicó sus ideas en 1829. Junto a Lobachewski trabajaron en el desarrollo de esta nueva geometría no euclideana, Bolyai, Gauss y Riemann. Tres cuartos de siglo después, Einstein pudo demostrar que la estructura del universo no era euclideana y que los conceptos teóricos propuestos por Lobachewski tenían una aplicación muy práctica.

Reflexiona

- *Tus pensamientos crean tu realidad debido a que determinan cómo respondes a las situaciones de tu vida cotidiana.*
- *Uno obtiene lo mismo que deposita en el mundo. Así, aquello que usted atrae hacia sí es lo mismo que posee en su interior para dar a los demás.*
- *Amándote más a ti mismo atraerás más energías altas y rápidas, y empezarás a cambiar lo que hay en tu interior.*

¡Razona...!

¿Qué letra no corresponde?

A; C; E; G; H; K

A) C
B) E
C) G
D) H
E) K



Aplicamos lo aprendido

TEMA 1: POTENCIACIÓN Y RADICACIÓN EN $\mathbb{Z}^+$

1 Halla el menor número entero por el cual debemos multiplicar a 225 000 para que el producto sea un cuadrado perfecto.

A) 5 B) 6 C) 10
D) 15 E) 2

2 ¿Cuál es el menor número entero positivo por el cual debo dividir a 600 para que el resultado sea un cuadrado perfecto?

A) 2 B) 3 C) 6
D) 12 E) 15

3 Halla a + k, si: $\overline{a1} = k^2$

A) 17 B) 14 C) 15
D) 6 E) 9

4 ¿Cuántos números de 3 cifras son cuadrados perfectos?

A) 15 B) 22 C) 27
D) 32 E) 12

5 Al extraer la raíz cuadrada de un número se obtuvo 6 de raíz y 5 de residuo. Calcula la suma de cifras del número.

A) 2 B) 5 C) 6
D) 8 E) 9

6 Determina la cantidad de números cuadrados perfectos que terminan en 4 y están comprendidos entre los números cuadrados perfectos $\overline{49a0}$ y $\overline{81b0}$.

A) 3 B) 4 C) 6
D) 8 E) 10

7 ¿Cuántos numerales de la forma $\overline{abab}_{(7)}$ son cuadrados perfectos?

A) 1 B) 3 C) 4 D) 5 E) 7

8 Si $\overline{1(2a)b(c^2+1)(c-2)0}$ es un cuadrado perfecto, calcula $a+b+c$.

A) 5 B) 7 C) 9 D) 11 E) 13

9 Si $\overline{39ab}$ es un cuadrado perfecto, calcula $(a-b)^2$.

A) 4 B) 9 C) 16 D) 25 E) 49

10 ¿En cuántas bases de numeración menores que 50, el número $1331_{(n)}$ es cubo perfecto?

A) 43 B) 4 C) 44 D) 41 E) 46

11 Sea R el resto de extraer la raíz cúbica de 1450. Calcula el menor entero positivo que se le debe sumar a R para que dicha suma sea un número que tenga raíz cúbica exacta.

A) 6 B) 16 C) 24 D) 73 E) 97

12 Determina el mayor número entero sabiendo que al extraerle la raíz cuadrada se obtiene 5 de residuo y si se adiciona 142, se convierte en un cuadrado perfecto. Da como respuesta la suma de sus cifras.

A) 8 B) 18 C) 21 D) 15 E) 3

13 Si a un entero se le adiciona 1261, su raíz cúbica aumenta en una unidad manteniendo el residuo inalterado. La raíz cúbica del número es:

A) 18 B) 19 C) 20 D) 21 E) 22

14 ¿Cuántos números menores que 10 000 al extraerles su raíz cúbica dan como resto el máximo posible, siendo este múltiplo de 7?

A) 5 B) 7 C) 2 D) 8 E) 6

Claves

1. C	**3.** A	**5.** B	**7.** B	**9.** B	**11.** A	**13.** C
2. C	**4.** B	**6.** B	**8.** A	**10.** E	**12.** D	**14.** D

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

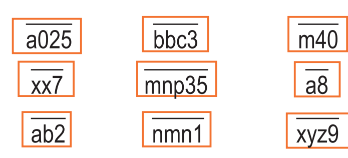
1. Marca con un aspa los números cuadrados perfectos.

3	4	2	8	25
9	7	5	31	49
6	16	10	11	33

2. Completa:

- $7^{\square} = 343$
- $11^2 = \square$
- $15^{\square} = 225$
- $35^2 = \square$
- $13^{\square} = 2197$
- $\square^2 = 144$
- $9^3 = \square$
- $16^{\square} = 256$

3. Marca con un aspa los números que no pueden ser cuadrados perfectos.



$\overline{a025}$	$\overline{bbc3}$	$\overline{m40}$
$\overline{xx7}$	$\overline{mnp35}$	$\overline{a8}$
$\overline{ab2}$	$\overline{nmn1}$	$\overline{xyz9}$

Razonamiento y demostración

4. De las siguientes proposiciones:

I. 43^{23+2^5} es un cuadrado perfecto.
II. $\overline{mn3}$ puede ser un cubo perfecto.
III. 2^{3^3} no es un cubo perfecto.
Son verdaderas:

A) Solo I B) Solo II C) I y II D) II y III E) Solo III

5. Sea N un número entero positivo, tal que: $15 < N < 28$. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

a) Si N es un cuadrado perfecto, entonces N puede tomar 2 valores. ( )

b) Si N es un cubo perfecto, entonces N puede tomar 2 valores. ( )

c) N puede ser una potencia perfecta de grado 6. ( )

Resolución de problemas

6. ¿Por cuánto multiplicamos a 168 para que el resultado sea un cuadrado perfecto mínimo?

A) 14 B) 21 C) 42 D) 7 E) 6

7. ¿Por cuánto multiplicamos a 96 para que el resultado sea un número cuadrado perfecto mínimo?

A) 2 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

8. Si $\overline{4ab5} = k^2$, calcula: a . b

A) 2 B) 4 C) 8 D) 12 E) 15

9. Si $k^3 = \overline{1ab}$, calcula: a + b

A) 5 B) 4 C) 7 D) 6 E) 8

10. ¿Cuántos números de 4 cifras son cubos perfectos?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. Completa la tabla.

N	N^2

12. Completa los recuadros, si los siguientes números son cuadrados perfectos.

- $\overline{abc\square5}$
- $\overline{mn\square4}$
- $2\square5$
- $\overline{x000\square}$
- $\square1$
- $12\square$

Razonamiento y demostración

13. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

a) Si $\overline{a00b} = k^3$, entonces el mayor valor de a + b es 1. ( )

b) $N = 1 + 3 + 5 + ... + 87$ es un número cuadrado perfecto. ( )

c) $N = 1 + 8 + 27 + ... + 729$ es un número cuadrado perfecto. ( )

14. Si: $\overline{...a5}^3 = \overline{...b5}$

De las proposiciones:
I. Si a = 1, entonces b = 2.
II. Si a = 7, entonces b = 7.
III. Si a = 2, entonces b = 2.
Son verdaderas:

A) Solo I B) Solo II C) I y II
D) II y III E) Solo III

Resolución de problemas

15. ¿Cuál es el menor número por el cual hay que multiplicar a 1232 para que el resultado sea un cuadrado perfecto?

A) 14 B) 22 C) 77 D) 154 E) 17

16. Entre 8 y 216, ¿cuántos cubos perfectos hay?

A) 2 B) 1 C) 4 D) 3 E) 6

17. ¿Cuántos números de 5 cifras son cubos perfectos?

A) 25 B) 26 C) 27 D) 24 E) 23

18. ¿Cuál es el menor número por el cual hay que multiplicar a 6! para obtener un cuadrado perfecto?

A) 4 B) 5 C) 8 D) 6 E) 10

19. Calcula la suma de cifras de N, sabiendo que al extraer su raíz cuadrada entera se obtuvo un resto máximo e igual a 24.

A) 6 B) 9 C) 12 D) 15 E) 18

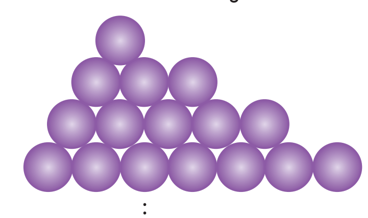
20. ¿Cuál es el número que al extraer su raíz cúbica deja un residuo máximo igual a 720?

A) 3464 B) 4095 C) 4816
D) 4895 E) 13 032

NIVEL 3

Comunicación matemática

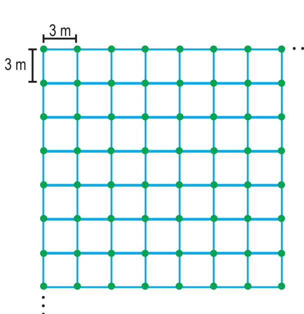
21. Juan debe ordenar 169 bolitas de la siguiente manera:



¿Cuántas bolitas se deben colocar en la base?

A) 24 B) 25 C) 26 D) 27 E) 28

22. En un terreno de forma cuadrada se han sembrado árboles equidistantes entre sí cada 3 metros.



Si se sabe que en total se sembraron 1849 árboles, calcula el perímetro de dicho terreno.

A) 600 m B) 506 m C) 504 m D) 500 m E) 498 m

Razonamiento y demostración

23. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

a) La cifra del 1.er lugar de la raíz cuadrada entera de $\overline{6ab}$ es 2. ( )

b) La suma de los n primeros números cubos perfectos es un cuadrado perfecto. ( )

c) $\overline{mnpq3}$ puede ser un cubo perfecto. ( )

24. De las siguientes proposiciones:

I. Si $\overline{mnpq(r+1)(2r)} = k^2$, entonces $\overline{(r+1)(2r)} = \overset{\circ}{4}$.

II. Si $k = \sqrt[3]{\overline{3ab}}$, entonces $k + 7 = 16$.

III. Si $\overline{x5}^2 + 5^2 = \overline{6mn}$, entonces $x + m + n = 7$.

Son verdaderas:

A) I y II B) I y III C) II y III D) Solo III E) Todas

Resolución de problemas

25. Calcula $a + b + c$, si $\overline{abcabc}_{(5)}$ es un cuadrado perfecto.

A) 4 B) 6 C) 7 D) 9 E) 12

26. Cuando el número $\overline{ab(2a)(2b)}$ se triplica, se obtiene un cuadrado perfecto. Halla $a + b$.

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

27. Si $M = 4^{\overline{a3(a-1)}} \times 81^{\overline{(a-1)b(2a)}}$ es un cubo perfecto, calcula el máximo valor de $a + b$.

A) 3 B) 6 C) 8 D) 9 E) 12

28. Sea $N = \overline{a(2a+1)00}$ un cuadrado perfecto. Halla la raíz cuadrada de dicho numeral, si no es múltiplo de 125.

A) 20 B) 70 C) 30 D) 40 E) 60

29. Si: $\overline{a(a+1)(a+2)(3a)(a+3)}$ tiene una cantidad impar de divisores, calcula el residuo por exceso al extraer la raíz cuadrada de $\overline{a(2a)(3a)}$.

A) 22 B) 25 C) 31 D) 32 E) 35

30. Si el cuadrado del número $\overline{(b+1)(a+1)a}$ es el número $\overline{(a+1)ab(a+1)a}$, halla $(a + b)$.

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

Claves

NIVEL 1	7. D	13.	20. B	26. D
1.	8. B	14. D	NIVEL 3	27. D
2.	9. C	15. C	21. B	28. B
3.	10. C	16. D	22. C	29. C
4. C	NIVEL 2	17. A	23.	30. C
5.	11.	18. B	24. B	
6. C	12.	19. D	25. A	

Aplicamos lo aprendido





TEMA 2: RAZONES Y PROPORCIONES

1 Halla la media diferencial de 22,5 y 17,7.

A) 18,5 B) 19,1 C) 21,3
D) 20,9 E) 20,1

2 Halla la cuarta diferencial de 67,8; 49,3 y 59,5.

A) 87 B) 38 C) 39
D) 40 E) 41

3 Calcula la tercera proporcional de 27 y 45.

A) 25 B) 45 C) 75
D) 90 E) 100

4 Si **a** es a **b** como 11 es a 5 y $a + b = 80$. Halla su razón aritmética.

A) 30 B) 25 C) 7
D) 45 E) 20

5 Dos números son tales que están en la relación de 5 a 7 y su producto es 560. Halla su razón aritmética.

A) 24 B) 48 C) 20
D) 8 E) 10

6 En una proporción aritmética continua, la suma de términos extremos es 20, ¿cuánto es el doble de la media diferencial?

A) 15 B) 10 C) 18
D) 20 E) 25

7 En una proporción geométrica continua, los términos extremos están en la relación de 4 a 9, siendo su suma 39. Halla la media proporcional.

A) 12　　B) 15　　C) 18
D) 24　　E) 27

8 Las edades de Juan y Pedro están en la relación de 3 a 4. Si hace 20 años la relación fue de 2 a 1, ¿cuántos años tiene Pedro si es el menor?

A) 20　　B) 30　　C) 40
D) 14　　E) 18

9 Las edades de Frank y Carlos están en la relación de 2 a 3 y dentro de 6 años sumarán 42. Calcula dentro de cuántos años estarán en la relación de 7 a 9.

A) 9　　B) 10　　C) 11　　D) 8　　E) 12

10 En una fiesta por cada 5 varones hay 3 mujeres y por cada 2 personas que están bailando 3 no bailan. ¿En qué relación están los hombres y mujeres que no bailan?

A) 13 a 5　　B) 17 a 8　　C) 17 a 7
D) 15 a 7　　E) 8 a 7

11 La razón de x a y es 343 veces la razón de y^2 a x^2, entonces la razón de x a y es:

A) $\frac{5}{1}$　　B) $\frac{5}{2}$　　C) $\frac{6}{1}$　　D) $\frac{7}{2}$　　E) $\frac{7}{1}$

12 Si: $\frac{a+b}{a-b} = \frac{7}{5}$ y $2a + 3b = 45$

Calcula: $3a + 2b$

A) 20　　B) 40　　C) 60
D) 80　　E) 30

13 Si: $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{5}$

Calcula: $\frac{3a + 8b}{2c - a - b}$

A) 1　　B) 2　　C) 3　　D) 5　　E) 6

14 Si: $\frac{a+4}{a-4} = \frac{3b}{b+4} = \frac{c+8}{15} = 2$

Halla: $a + b + c$

A) 16　　B) 20　　C) 30
D) 36　　E) 42

Claves

1. E	3. C	5. D	7. C	9. A	11. E	13. E
2. E	4. A	6. D	8. B	10. C	12. C	14. E

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Completa los recuadros si se sabe que las siguientes proporciones son continuas.

A) $9 - \square = 8 - 7$

B) $11 - \square = 7 - \square$

C) $\frac{6}{12} = \frac{\square}{24}$

D) $\frac{5}{\square} = \frac{10}{\square}$

E) $\frac{4}{\square} = \frac{\square}{36}$

2. Completa los recuadros si las siguientes series de razones geométricas equivalentes son continuas.

A) $\frac{2}{4} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{16}$

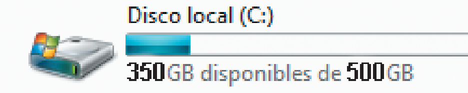
B) $\frac{3}{\square} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{81}$

C) $\frac{4}{20} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$

D) $\frac{3}{12} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$

E) $\frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} = \frac{36}{54}$

3. En la figura se muestra el espacio disponible y el espacio usado en el disco duro de una computadora. ¿En qué relación se encuentran el espacio usado y el espacio disponible?



Respuesta: $\square$

Razonamiento y demostración

4. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

A) Si $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$, entonces:

$\frac{A+C}{B+D} = \frac{A}{B}$ $\square$

B) Si $\frac{A^2}{B^2} = \frac{C}{D}$, entonces:

$\frac{(A+B)D}{B^2} = \frac{C-D}{A-B}$ $\square$

C) Si B – D = B – A, entonces A es la tercera diferencial de B y D. $\square$

5. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

A) Si $\frac{A}{B} = \frac{B}{C} = \frac{C}{D} = K$, entonces $B = DK^3$. $\square$

B) Si $\frac{A}{B} = \frac{35}{D} = \frac{E+1}{3} = 5$, entonces D + E = 21. $\square$

C) Si $\frac{A^2}{2} = \frac{B^3}{3} = \frac{C}{5} = 72$, entonces B = 6. $\square$

Resolución de problemas

6. Si a y b están en la relación de 13 a 7 y su diferencia es 72. Halla el menor de ellos.

A) 85 B) 84 C) 83
D) 91 E) 77

7. Si a y b son proporcionales a 8 y 3; además su razón aritmética es 70. Halla el mayor de ellos.

A) 119 B) 118 C) 112
D) 116 E) 110

8. La razón geométrica de dos números es 7/13 y su razón aritmética es 42. Halla la suma de dichos números.

A) 91 B) 140 C) 147
D) 147 E) 126

9. Si A es a B como 6 es a 11 y la diferencia de dichos números es 60. Halla el mayor.

A) 110 B) 121 C) 132
D) 142 E) 152

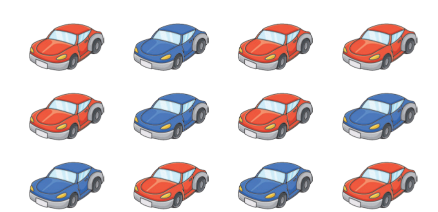
10. Dos números son entre sí como 8 es a 15 y su suma es 138. Halla su razón aritmética.

A) 90 B) 48 C) 56
D) 49 E) 42

NIVEL 2

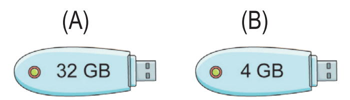
Comunicación matemática

11. Halla la relación entre el número de carritos rojos y el número de carritos azules.



Respuesta: ☐

12. Se tienen dos dispositivos de almacenamiento USB de diferentes capacidades.



Responde:

a) La razón aritmética de los dispositivos USB, A y B es: ☐

b) La razón geométrica de los dispositivos USB, B y A es: ☐

Razonamiento y demostración

13. Sea la serie de razones geométricas equivalentes:

$$\frac{A}{B}=\frac{C}{D}=\frac{E}{F}=K>1$$

Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

A) $\frac{A+C+E}{B+D+F}=\frac{A+E}{B+F}$ ☐

B) $\frac{A^2\times C^2}{B^2\times D^2}=\frac{E^2}{F^2}$ ☐

C) $\frac{A-E+C}{B-F+D}=K^2$ ☐

14. Sea la proporción geométrica:

$$\frac{A}{B}=\frac{C}{D}$$

De las proposiciones:

I. Si $B<C$ y $A=D$, entonces D es la media proporcional de B y C.

II. $\frac{A+2B}{B}=\frac{2D+C}{D}$

III. $\frac{(A+B)D+7B}{BD}=\frac{C+D+7}{D}$

Son verdaderas:

A) Solo I B) I y II C) II y III
D) Solo III E) Todas

Resolución de problemas

15. Las edades de Andrea y Melissa están en la relación de 8 a 9. Si dentro de 12 años sus edades sumarán 75 años. Halla la diferencia de sus edades.

A) 1 B) 2 C) 3 D) 5 E) 6

16. Las edades de Carol y Roger están en la relación de 5 a 9. Si dentro de 15 años sus edades sumarán 86. Halla la diferencia de sus edades.

A) 10 B) 16 C) 18
D) 15 E) 8

17. En una proporción geométrica continua, la suma de los extremos es 51 y la diferencia de los mismos es 45. Halla la media proporcional.

A) 18 B) 15 C) 12
D) 9 E) 6

18. El valor de la razón de una proporción geométrica es 5/9. Si el producto de los antecedentes es 1800 y la suma de los consecuentes es 162, halla la diferencia de los antecedentes.

A) 28 B) 34 C) 30
D) 36 E) 32

19. Dada la siguiente serie de razones geométricas equivalentes:

$$\frac{27}{a}=\frac{b}{70}=\frac{15}{c}=\frac{d}{14}$$

Además: $b-d=24$

Halla: $a+b+c+d$

A) 126 B) 134 C) 143
D) 162 E) 146

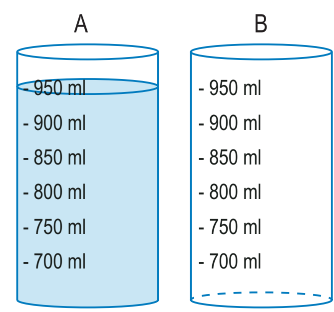
20. Dos números enteros positivos suman 35. La relación geométrica entre ellos se invierte, si se añade 15 al menor y se disminuye 15 al mayor. Calcula el producto de dichos números.

A) 300 B) 200 C) 150
D) 250 E) 350

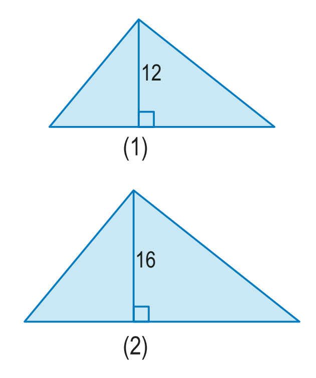
NIVEL 3

Comunicación matemática

21. Se tienen dos recipientes de igual capacidad. En el recipiente vacío, pinta el nivel que debe alcanzar el agua para que los niveles de los recipientes A y B estén en la relación de 19 a 17.



22. Si las áreas de las regiones triángulares (1) y (2) están en la relación de 5 a 8.



Calcula la relación entre las longitudes de las bases de los triángulos (1) y (2).

A) 12 a 16 B) 20 a 12 C) 5 a 4
D) 20 a 24 E) 12 a 5

Razonamiento y demostración

23. Sea la proporción geométrica continua:

$$\frac{A}{B} = \frac{B}{C}$$

Demuestra que $B = \sqrt{A \times C}$.

24. Sea la proporción aritmética continua:

$$A - B = B - C$$

Demuestra que $B = \frac{A + C}{2}$.

Resolución de problemas

25. En una proporción geométrica continua el producto del primer y último término es 625. Halla el segundo término.

A) 25 B) 15 C) 30
D) 20 E) 5

26. Las edades de Víctor y Elizabeth están en la relación de 3 a 5. Si dentro de 9 años sus edades sumarán 74 años. Halla la edad de Elizabeth.

A) 28 B) 30 C) 32
D) 35 E) 21

27. Las edades de Pamela y Kimberly están en la relación de 4 a 7. Si hace 12 años estaban en la relación de 1 a 4. Halla la suma de sus edades dentro de 4 años.

A) 52 B) 50 C) 44
D) 46 E) 54

28. En una reunión hay 260 personas, además por cada 5 varones hay 8 mujeres. ¿Cuántas mujeres deben retirarse para que la cantidad de varones y mujeres sea igual?

A) 68 B) 60 C) 50
D) 45 E) 30

29. Si: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$; $a + c = 4$

Además: $\sqrt{ab} + \sqrt{cd} = 20$

Halla k.

A) 1/5 B) 1/25 C) 1/125
D) 5 E) 25

30. Si: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = 5$

Halla:

$$\left(\frac{a^3 + c^3 + e^3}{b^3 + d^3 + f^3}\right) \times \left(\frac{a \times c \times f}{b \times d \times e}\right) \times \left(\frac{d^2 + f^2}{c^2 + e^2}\right)$$

A) $\frac{1}{25}$ B) 25 C) 125
D) $\frac{1}{5}$ E) 625

Claves

NIVEL 1	7. C	13.	20. D	26. D
1.	8. B	14. E	NIVEL 3	27. A
2.	9. C	15. C	21.	28. B
3.	10. E	16. B	22. D	29. B
4.	NIVEL 2	17. C	23.	30. B
5.	11.	18. C	24.	
6. B	12.	19. B	25. A	

Aplicamos lo aprendido



TEMA 3: MAGNITUDES PROPORCIONALES

1 Sabiendo que x es IP a y, halla x cuando y = 64, si cuando x = 8, y vale 392.

A) 49 B) 55 C) 92
D) 50 E) 48

2 Si $\sqrt[3]{A}$ DP B^2 y cuando A = 8, B = 3; halla B cuando A = 216.

A) 3 B) $2\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{3}$
D) $6\sqrt{2}$ E) 9

3 Se desea repartir 6644 DP a 4/5; 7/3 y 2/9. Indica la menor parte.

A) 339 B) 345 C) 440
D) 113 E) 203

4 Al repartir P DP a los números 3; 5 y 9, se obtuvo como diferencia entre la mayor y menor cantidad 300. Halla P.

A) 730 B) 300 C) 800
D) 850 E) 680

5 Si A es DP con B; halla: x + y – z

A	x	5	25	z
B	60	6	y	12

A) 80 B) 75 C) 70
D) 60 E) 90

6 A es DP a C e IP a B. Halla A cuando B = 6 y C = 18; si cuando A = 36; B = 12 y C = 24.

A) 55 B) 52 C) 53
D) 54 E) 18

7 M es DP con N e IP con Q; cuando Q es 3/2, M y N son iguales. ¿Cuál es el valor de N cuando M es 1 y Q es 12?

A) 6 B) 8 C) 10
D) 12 E) 15

8 Reparte 1110 DP a 10^{10}; 10^{11} y 10^{12}. Halla la mayor cantidad repartida.

A) 900 B) 1000 C) 950
D) 1005 E) 1050

9 Tres hermanos deben repartirse una herencia proporcionalmente a sus edades que son 3; 7 y 8 años. Como el reparto se hizo dos años después, el mayor recibió S/.5000 menos. La herencia es:

A) S/.144 000 B) S/.180 000 C) S/.150 000
D) S/.160 000 E) S/.126 000

10 El precio de los diamantes varía proporcionalmente al cuadrado de su peso, si un diamante se compró en S/.3200 partiéndose en 2 partes que son entre sí como 3 es a 5. ¿Cuál será la pérdida al partirse el diamante?

A) S/.1400 B) S/.1500 C) S/.1600
D) S/.1700 E) S/.1800

11 El consumo de una persona es DP a su sueldo, el resto lo ahorra. Un señor gana $500 y ahorra $100; si recibe un aumento, consume $1260. ¿De cuánto es el aumento?

A) $1050 B) $1075 C) $1100
D) $1150 E) $1200

12 Se reparte $x - 2$ en partes proporcionales a b y $(b + 4)$ obteniéndose 15 y 21 respectivamente. Halla la parte mayor al repartir 108 DP a b/2 y $(b/2 + 2)$.

A) 70 B) 84 C) 63
D) 46 E) 18

13 Se ha repartido S/.4400 entre 3 personas en partes IP a la contribución anual que cada una de ellas paga. La primera paga S/.400, la segunda S/.600 y la tercera paga el cuádruple de la segunda. ¿Cuánto recibe la primera?

A) S/.1800 B) S/.1900 C) S/.2200
D) S/.2400 E) S/.1836

14 Halla x del siguiente cuadro:

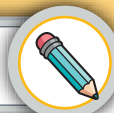
A	847	567	x
B	11	9	5

A) 160 B) 170 C) 180
D) 175 E) 185

Claves

1. A	3. C	5. C	7. B	9. B	11. B	13. D
2. C	4. D	6. D	8. B	10. B	12. C	14. D

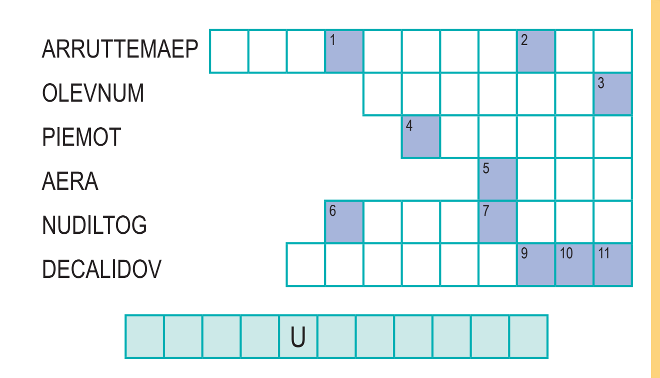
Practiquemos



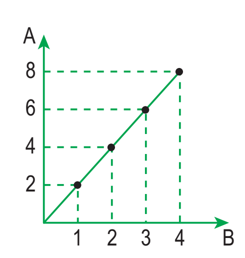
NIVEL 1

Comunicación matemática

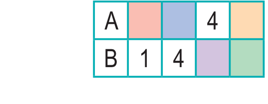
1. Ordena las letras y forma las palabras correspondientes a magnitudes. Luego, encuentra la palabra en la fila sombreada (color verde), a partir de las palabras ubicadas en los recuadros de color azul, cuyo número contenido en estas representa el orden, de izquierda a derecha, en que deben ser colocadas en cada recuadro de la fila verde.



2. En la siguiente figura se representa gráficamente la relación entre las magnitudes A y B.



Completa la siguiente tabla, pintando los números del color de la casilla que le corresponde.



A			4	
B	1	4		

2 1 10 4 5 3

6 9 8 7 2 1

3. Pinta de un solo color las relaciones que son inversamente proporcionales.

Distancia y tiempo

Eficiencia y tiempo

n.° de horas diarias y n.° de días

n.° de obreros y n.° de días

Razonamiento y demostración

4. Si: A DP B

De las proposiciones:

I. Si cuando A = 2, B = 4; entonces cuando B = 6; A = 1.

II. Si cuando A = 2, B = 1; entonces cuando A = 4; B = 2.

III. Si cuando A = 3, B = 1; entonces cuando A = 6; B = 3.

Son verdaderas:

A) Solo I B) Solo II C) Solo III
D) Todas E) Ninguna

5. Si: M IP N

Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

A) Si cuando M = 8, N = 3; entonces cuando M = 4, N = 12. ( )

B) Si cuando M = 6, N = 10; entonces cuando M = 12, N = 10. ( )

C) Si cuando M = 14, N = 15; entonces cuando M = 35, N = 6. ( )

Resolución de problemas

6. Se reparte 856 en partes inversamente proporcionales a los números 5; 6 y 7. Halla la mayor cantidad.

A) 336 B) 280 C) 120
D) 300 E) 240

7. Se reparte 36 450 DP a todos los números pares de 2 cifras. ¿Cuánto le corresponde a 62?

A) 1140 B) 940 C) 930
D) 800 E) 1053

8. Se sabe que A es DP a $\sqrt{B}$ e IP a $\sqrt[3]{C}$. Además cuando A es 14, B es 64 y C es igual a B. Halla A cuando B sea 4 y C sea el doble de B.

A) 7 B) 2 C) 4
D) 5 E) 6

9. Se tienen las magnitudes A, B, C y D tales que A es DP a B, IP a C e IP a D. Cuando A = 5; B = 2C y D = 2. Halla el valor de A cuando B = 48; C = 2 y D = 3.

A) 36 B) 35 C) 40
D) 45 E) 32

10. Si A es DP a B^2 e IP a $\sqrt{C}$. Halla A cuando B = 12 y C = 36; si cuando A = 4, B = 8 y C = 16.

A) 8 B) 6 C) 12
D) 10 E) 9

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. Si A; B; C y D son magnitudes proporcionales, tal que:

A DP B y C IP D

Completa los siguientes cuadros:

A	2	10	14
B		30	

C	20		8
D	2	4	

12. Marca con un aspa (x) las magnitudes que sean IP a la magnitud n.° de obreros, para culminar la construcción de un edificio.

n.° de días

Eficiencia

n.° de pisos

Razonamiento y demostración

13. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

A) Si A DP $\frac{1}{B}$, entonces A DP B. ( )

B) Si A + B DP C, entonces $(A + B) \times C = \text{cte}$. ( )

C) Si A DP $\frac{1}{B}$, entonces $A \times B = \text{cte}$. ( )

14. Si: A DP B^2

De las proposiciones:

I. B IP $\sqrt{A}$

II. B DP $\frac{1}{\sqrt{A}}$

III. A DP B

Son verdaderas:

A) Solo I B) Solo II C) Solo III
D) Todas E) Ninguna

Resolución de problemas

15. Se sabe que una magnitud A es IP a B^2. Halla el valor de A, sabiendo que si disminuye en 36 unidades, el valor de B varía en un 25%.

A) 40 B) 50 C) 75 D) 85 E) 100

16. Reparte 1062 en 3 partes cuyos cuadrados sean proporcionales a 1/8; 1/50 y 1/98. Da como respuesta la parte mayor.

A) 532 B) 252 C) 630 D) 456 E) 684

17. Reparte 25 308 en partes IP a las inversas de 15^4; 45^2 y 75^3. Da como respuesta la parte menor.

A) 108 B) 36 C) 216 D) 144 E) 54

18. Si se sabe que A^x es DP al cubo de B, si cuando A = 2, B = 1 y cuando A = 4, B = 2, determina A^2 cuando B = 3.

A) 36 B) 39 C) 49
D) 64 E) 89

19. El gasto de una persona es DP a su sueldo, siendo el resto ahorrado. Un señor cuyo sueldo es S/.1000 ahorra S/.600. ¿Cuál será su ahorro cuando su gasto sea S/.240?

A) S/.240 B) S/.360 C) S/.270
D) S/.540 E) S/.810

20. El precio de una joya es DP al cuadrado de su peso. Si una joya que costó S/.2000 se rompe en dos pedazos cuya relación de pesos es de 3 a 2. Halla la pérdida sufrida al vender estas dos partes.

A) S/.980 B) S/.920 C) S/.950
D) S/.960 E) S/.990

NIVEL 3

Comunicación matemática

21. Se sabe que el índice de masa corporal de una persona (IMC) es directamente proporcional a su masa, e inversamente proporcional al cuadrado de su estatura.

Observa las siguientes imágenes y completa los recuadros con los signos >; < o =, según corresponda.

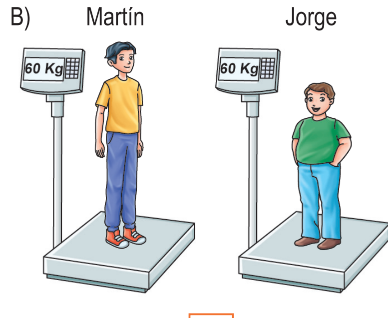
A) Luis María



162 cm 162 cm

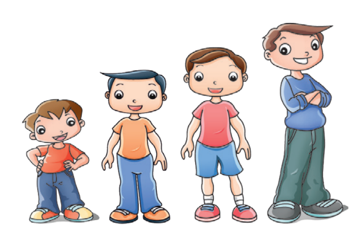
IMC de Luis ( ) IMC de María

B) Martín Jorge



IMC de Martín ( ) IMC de Jorge

22. En la imagen se muestra a cuatro hermanos: Antonio, Bruno, Carlos y David.



Si su padre decide repartir S/.600 directamente proporcional a sus estaturas, contesta las siguientes preguntas:

A) ¿A quién le corresponde mayor cantidad de dinero?

Respuesta: ____

B) ¿A quién le corresponde menor cantidad de dinero?

Respuesta: ____

C) ¿Quiénes reciben mayor cantidad de dinero que Bruno?

Respuesta: ____ y ____

D) ¿Quiénes reciben menor cantidad de dinero que Carlos?

Respuesta: ____ y ____

Razonamiento y demostración

23. Se desea repartir una cantidad $L \in \mathbb{Z}^+$ directamente proporcional a x; y; x + y. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

A) Si $\{x; y; x + y\} \subset \mathbb{Z}^+$ y $CD(x) = CD(y) = CD(x + y) = 2$, entonces $L = \overset{\circ}{2}$ ( )

B) Si $x > y$, entonces la constante es igual a $\left(\dfrac{x - y}{x^2 - y^2}\right)L$. ( )

C) Si $\{x; y; x + y\} \subset \mathbb{Z}^+$ y $CD(x + y) = CD(y) = CD(x) + 1 = 2$, entonces a la mayor parte le corresponde $\dfrac{L}{2}$. ( )

24. Si A DP $\sqrt{B}$ y además cuando A = 27, B = 9; entonces, de las proposiciones:

I. Si cuando $A = \overline{aa5}$, $B = \overline{bcd}$; entonces $a + b + c + d = 16$.

II. Si cuando $A = \overline{a0}_{(9)}$, $B = \overline{b(2a-1)}_{(9)}$; entonces $a + b = 5$.

III. Si cuando $A = \overline{mn}$, $B = \overline{pq}$; además, $MCD(\overline{mn}; \overline{pq}) = 7$, entonces: $m + 2n + 3p + q = 33$

Son verdaderas:

A) Solo I B) I y II C) II y III
D) I y III E) Todas

Resolución de problemas

25. La magnitud A es directamente proporcional al cuadrado de B e inversamente proporcional a C. Cuando B es 30 y C es 15, entonces A es igual a 18. Halla B cuando A sea 20 y C tome el valor de 27.

A) $15\sqrt{2}$ B) $30\sqrt[3]{2}$ C) $60\sqrt{3}$
D) 75 E) $30\sqrt{2}$

26. La potencia del motor de un automóvil es directamente proporcional a su capacidad e inversamente proporcional a los años de uso. Si un motor de 4 litros de capacidad y 3 años de uso tiene una potencia de 80 caballos, ¿cuántos años de uso tiene otro motor de 6 litros de capacidad y 90 caballos de potencia?

A) 4 B) 3 C) 6 D) 7 E) 8

27. En un proceso de producción se observa que la producción es DP al número de máquinas e IP a la raíz cuadrada de la antigüedad de ellas. Inicialmente había 15 máquinas con 9 años de uso, luego se consiguen 8 máquinas más con 4 años de uso cada una. Determina la relación de la producción actual con la producción inicial.

A) $\dfrac{15}{13}$ B) $\dfrac{4}{23}$ C) $\dfrac{6}{27}$
D) $\dfrac{9}{5}$ E) $\dfrac{12}{5}$

28. El valor de una joya varía en forma proporcional al cuadrado de su peso. ¿Cuánto se perderá al partir una joya que costó S/.2997, en 3 partes cuyos pesos son entre sí como 4; 3 y 2 respectivamente?

A) S/.1070 B) S/.1071 C) S/.1924
D) S/.1073 E) S/.1074

29. Reparte el número 895 en tres partes directamente proporcionales a 4; 6 y 9 y a la vez inversamente proporcionales a 3; 8 y 10. El exceso de la parte mayor sobre la parte menor es:

A) 400 B) 225 C) 270
D) 180 E) 175

Claves

NIVEL 1	7. C	13.	20. D	26. A
1.	8. A	14. E	NIVEL 3	27. D
2.	9. C	15. E	21.	28. C
3.	10. B	16. C	22.	29. E
4. B	NIVEL 2	17. A	23.	
5.	11.	18. A	24. C	
6. A	12.	19. B	25. E	





TEMA 4: REGLA DE TRES

1 Treinta y seis hombres pueden cultivar un campo en 35 días. Calcula cuántos hombres se utilizarán para cultivar el mismo campo en 42 días.

A) 20 B) 30 C) 24
D) 28 E) 25

2 Si para pintar 150 m^2 de superficie son necesarios 40 galones de pintura, ¿cuántos galones serán necesarios para pintar 60 m^2?

A) 8 B) 16 C) 24
D) 12 E) 18

3 Seis caballos tienen ración para 15 días. Si se aumenta 3 caballos más, ¿para cuántos días alcanzará la ración anterior?

A) 9 B) 10 C) 11
D) 12 E) 13

4 Cinco obreros pueden hacer una zanja en 21 días. Si luego de 5 días se les unieron 3 obreros más, ¿en qué tiempo se hizo toda la zanja?

A) 17 días B) 26 días C) 15 días
D) 12 días E) 10 días

5 x pintores pueden pintar un círculo de 5 m de radio. Si (x + 48) pintores pintan un círculo de 7 m de radio. Halla x.

A) 45 B) 48 C) 60
D) 50 E) 55

6 Una fábrica cuenta con 16 máquinas, alcanzando con estas una producción mensual de 7200 pantalones. Si se necesitan más máquinas para aumentar su producción mensual a 18 000 pantalones, ¿cuántas máquinas adicionales se requieren comprar?

A) 8 B) 16 C) 12
D) 14 E) 24

7 Si 500 obreros del ferrocarril trabajando 10 horas diarias han colocado 2300 metros de vía en 28 días; 425 obreros, trabajando 8 horas diarias, ¿cuántos metros de vía colocarán en 42 días?

A) 2346 m B) 2872 m C) 2642 m
D) 2236 m E) 2118 m

8 Ocho obreros pueden terminar un trabajo en 25 días, si después de 5 días de trabajo se les junta 2 obreros más, ¿en cuánto tiempo hicieron toda la obra?

A) 18 días B) 21 días C) 16 días
D) 6 días E) 15 días

9 Veintiocho obreros pueden realizar una obra en 18 días, si al cabo del octavo día se incorporaron x obreros terminando así 3 días antes de lo establecido. Calcula x.

A) 8 B) 12 C) 5
D) 18 E) 16

10 Dos obreros se comprometen a hacer una obra en 15 días trabajando 8 horas diarias. Si después del tercer día llega un obrero más, ¿cuántos días antes del plazo terminarán?

A) 2 días B) 3 días C) 4 días
D) 6 días E) 8 días

11 Sabiendo que un buey atado a una cuerda de 3 m de largo tarda 5 días en comerse toda la hierba que se encuentra a su alcance. ¿Cuánto tardará si la cuerda fuera de 6 m?

A) 10 días B) 25 días C) 15 días
D) 20 días E) 30 días

12 Si por pintar un cubo de 5 cm de arista se pagó S/.3600, ¿cuánto se pagará por un cubo de 15 cm de arista?

A) S/.32 400 B) S/.24 000 C) S/.15 400
D) S/.1800 E) S/.36 000

13 Un grupo de 7 obreros hacen 7/15 de una obra en cierto número de días, luego se refuerzan con 5 obreros y hacen el resto de la obra, de tal manera que se empleó un total de 10 días, ¿cuántos días trabajó el primer grupo?

A) 6 B) 5 C) 4
D) 3 E) 2

14 Una guarnición de 1600 hombres tiene víveres para 10 días a razón de 3 raciones diarias a cada hombre. Si se refuerzan con 400 hombres, ¿cuántos días durarán los víveres si cada hombre come 2 raciones diarias?

A) 11 B) 12 C) 15
D) 20 E) 25

Claves

1. B
2. B
3. B
4. C
5. D
6. E
7. A
8. B
9. B
10. C
11. D
12. A
13. A
14. B

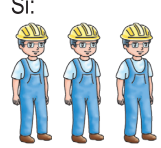
Practiquemos

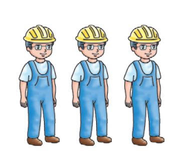


NIVEL 1

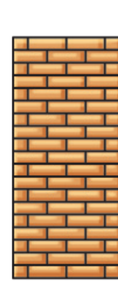
Comunicación matemática

1. Si:

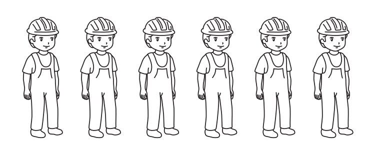




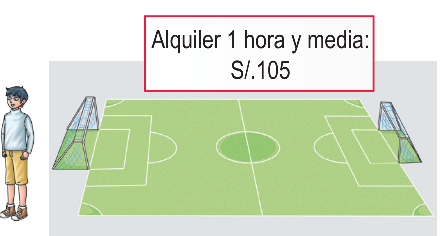
Construyen en tres días ➡



Pinta la cantidad adicional de obreros que se deben contratar para construir la misma pared en dos días.



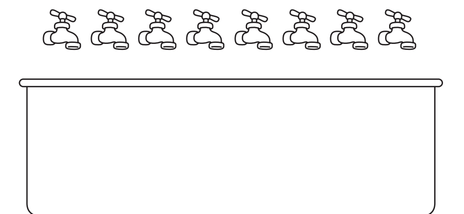
2. Christian y Eder van a alquilar una cancha de fútbol para jugar con sus compañeros de trabajo.



Si planean jugar 2 horas, ¿cuánto deberán pagar en total?

Respuesta: ☐

3. En la figura se muestra un depósito de agua que tarda 15 horas en llenarse estando abiertos dos grifos. Pinta los grifos que deben abrirse para que el depósito se llene en 5 horas.



Razonamiento y demostración

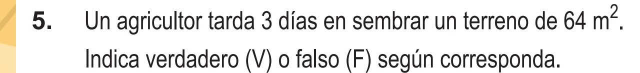
4. Un automóvil recorre, a velocidad constante, 195 km en 180 minutos.

Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

A) Dicho automóvil recorre 325 km en 7 horas. ☐

B) Dicho automóvil recorre 260 km en 6 horas. ☐

C) Dicho automóvil recorre 130 km en 2 horas. ☐



5. Un agricultor tarda 3 días en sembrar un terreno de 64 m^2. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

A) El agricultor tardará 6 días en sembrar un terreno de 96 m^2. ☐

B) El agricultor tardará 19 días en sembrar un terreno de 480 m^2. ☐

C) El agricultor tardará 7,5 días en sembrar un terreno de 160 m^2. ☐

Resolución de problemas

6. Un albañil pensó hacer un muro en 15 días; pero tardó 6 días más por trabajar 2 horas menos cada día. ¿Cuántas horas trabajó diariamente?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 11

7. Un sastre pensó hacer un terno en una semana; pero tardó 4 días más por trabajar 4 horas menos cada día. ¿Cuántas horas trabajó diariamente?

A) 11 B) 7 C) 8 D) 14 E) 22

8. Una cuadrilla de 120 trabajadores pueden culminar un puente en 36 días, al cabo del vigésimo quinto día la doceava parte de la cuadrilla se retira, ¿con cuántos días de retraso concluirán la obra?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

9. 28 hombres pueden hacer una obra en cierto número de días. ¿Cuántos hombres se necesitarán aumentar para hacer 1/4 de la obra en un número de días 2/7 del anterior, trabajando la mitad de horas diarias?

A) 24 B) 21 C) 33
D) 18 E) 22

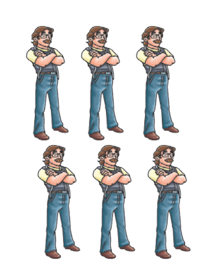
10. Para forrar un cubo de 1 m de lado se gastó \$100. ¿Cuánto se gastará para forrar un cubo de 1,5 m de lado?

A) \$225 B) \$150 C) \$200
D) \$250 E) \$125

NIVEL 2

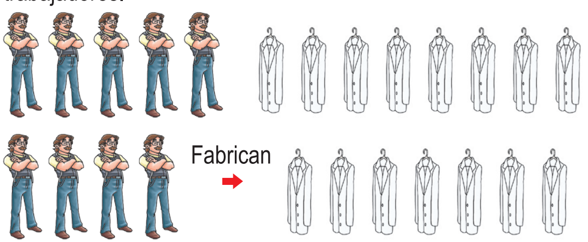
Comunicación matemática

11. Si:

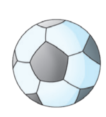


Fabrican ➡

Pinta los ternos que pueden fabricar la siguiente cantidad de trabajadores.



12. En la figura se muestra el precio de un balón de fútbol.

Marca con un aspa, los billetes y monedas que se necesitarán para comprar 5 balones de fútbol.



Razonamiento y demostración

13. Un grupo de obreros pueden construir un muro de 3 m de alto y 20 m de largo, en un cierto número de días. ¿Qué área avanzarán 8 obreros en 3 días?

Información brindada:

I. El número de obreros al inicio es 10.
II. Los 10 obreros construyen todo el muro en 3 días.

Para resolver el problema:

A) El dato I es suficiente.
B) El dato II es suficiente.
C) Es necesario utilizar ambos datos.
D) Cada uno de los datos por separado es suficiente.
E) Los datos dados son insuficientes.

14. 20 hombres trabajando cierto número de horas diarias, pueden hacer una obra en 15 días. ¿Cuántos hombres pueden hacer la misma obra en 25 días, trabajando 6 horas diarias?

Información brindada:

I. La obra es terminada en 15 días por 20 hombres trabajando 9 horas diarias.
II. 27 hombres pueden terminar la obra en 15 días trabajando 8 horas diarias.

Para resolver el problema:

A) La información I es suficiente.
B) La información II es suficiente.
C) Es necesario utilizar ambas informaciones.
D) Cada una de las informaciones por separada es suficiente.
E) Faltan datos.

Resolución de problemas

15. El vino contenido en un depósito cúbico de 2 dm de arista se vende en S/.40. ¿En cuánto se venderá el vino contenido en otro depósito cúbico de 5 dm de arista?

A) S/.625 B) S/.305 C) S/.100
D) S/.500 E) S/.800

16. En un recipiente cúbico de 2 cm de arista se pueden acomodar 24 canicas, ¿cuántas canicas entrarán en otro recipiente cúbico de 3 cm de arista?

A) 18 B) 24 C) 32 D) 45 E) 81

17. Para ponerle césped a un jardín circular se paga S/.90. Luego de hacer el trato, se decide ampliar el jardín de tal forma que tenga un radio igual al doble del anterior. ¿Cuánto más se tendrá que pagar para ponerle el césped?

A) S/.90 B) S/.100 C) S/.180
D) S/.360 E) S/.270

18. Un batallón de 2250 hombres tiene provisiones para 70 días. Al terminar el día 29 salen 200 hombres. ¿Cuánto tiempo podrán durar las provisiones que quedan, al resto del batallón?

A) 15 días B) 60 días C) 30 días
D) 75 días E) 45 días

19. Para pintar un cubo de 10 cm de lado se gastó S/.2400. ¿Cuánto se gastará para pintar un cubo de 15 cm de lado?

A) S/.3000 B) S/.5400 C) S/.2600
D) S/.3600 E) S/.5000

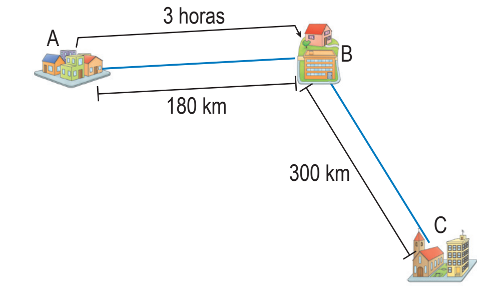
20. Se construye un cubo compacto de madera de 32 cm de arista en 44 minutos. ¿Qué tiempo demorará en construirse otro cubo compacto de madera cuya longitud de arista sea 128 centímetros?

A) 2836 minutos B) 2826 minutos C) 2816 minutos
D) 2806 minutos E) 2756 minutos

NIVEL 3

Comunicación matemática

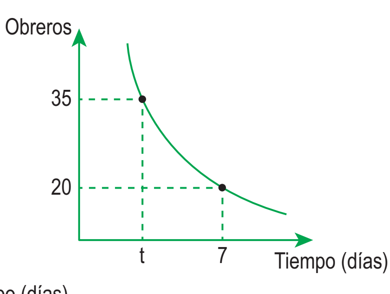
21. En la figura se muestra la distancia entre tres ciudades A; B y C, y el tiempo en que tarda un automóvil que parte desde A hacia B, viajando a velocidad constante.

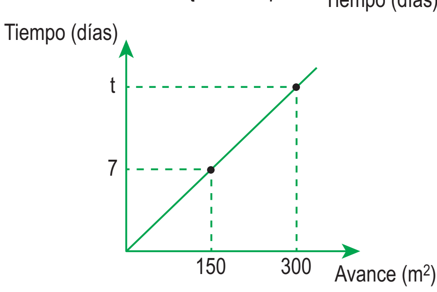


¿Cuántas horas tardará dicho automóvil viajando a la misma velocidad (constante) para ir desde la ciudad A hasta la ciudad C?

Respuesta: ______

22. Con respecto a la construcción de una acera se tiene la siguiente información:





¿Cuántos días se demorarán 35 obreros en construir 300 m^2 de acera?

Respuesta: ______

Razonamiento y demostración

23. Si $\overline{mn}$ trabajadores hacen una obra en 9 días, ¿en cuántos días terminarán 18 trabajadores la misma obra?

Información brindada:

I. $\overline{mn} + 15$ trabajadores terminan la misma obra en 6 días.
II. 27 trabajadores terminan la misma obra en 10 días.

Para resolver el problema:

A) La información I es suficiente.
B) La información II es suficiente.
C) Cada una de las informaciones por separada es suficiente.
D) Es necesario utilizar ambas informaciones.
E) Las informaciones dadas son insuficientes.

24. Si p^2 obreros trabajando 10 horas diarias hacen $\overline{(p^2)0}$ metros de una obra en $r - p - q$ días. ¿Cuántos obreros pueden hacer 216 metros de la misma obra en p^2 días a razón de p^2 horas al día?

Información brindada:

I. r, p y q son números primos distintos.

II. $\dfrac{p^2 - q^2 - 1}{2} \in \mathbb{Z}^+ \wedge \dfrac{p + q - q^4}{r} \in \mathbb{Z}^-$

Para resolver el problema:

A) La información I es suficiente.
B) La información II es suficiente.
C) Es necesario utilizar ambas informaciones.
D) Cada una de las informaciones por separadas son suficientes.
E) Las informaciones dadas son insuficientes.

Resolución de problemas

25. Cada soldado de un destacamento recibe 18 panes por semana, pero como mueren 40 soldados; ahora cada uno recibe 28 panes. Si semanalmente se reparten la misma cantidad de panes, ¿cuántos soldados quedan?

A) 70 B) 71 C) 72
D) 73 E) 74

26. Un total de 54 agricultores han sembrado un terreno de 1254 m^2 durante 84 días. ¿Cuántos días necesitarán 27 agricultores de triple rendimiento para sembrar un terreno de 6270 m^2 de superficie?

A) 270 B) 290 C) 260
D) 360 E) 280

27. Juan es el doble de rápido que Héctor. Si juntos pueden hacer cierto trabajo en 18 días, ¿en cuántos días hará el trabajo Héctor trabajando solo?

A) 27 días B) 54 días C) 18 días
D) 25 días E) 36 días

28. Una familia de 6 miembros tiene víveres para 29 días; pero como recibió la visita de un tío y esposa, los víveres se terminaron 5 días antes. ¿Cuántos días duró la visita de los esposos?

A) 10 B) 12 C) 15
D) 18 E) 20

29. Una mecanógrafa escribe 125 páginas de 36 líneas a 11 palabras por línea, en 5 días. ¿Cuántas páginas escribirá en 6 días, si cada página es de 30 líneas y cada línea tiene 12 palabras?

A) 165 B) 145 C) 135
D) 155 E) 115

30. El rendimiento de dos hermanos es como 1 a 4. Si juntos hacen un trabajo en 80 días, ¿cuánto tiempo se demorará el más rápido en hacer solo el trabajo?

A) 64 días B) 144 días C) 100 días
D) 96 días E) 120 días

Claves

NIVEL 1	7. B	13. C	20. C	26. E
1.	8. A	14. A	NIVEL 3	27. B
2.	9. B	15. A	21.	28. C
3.	10. A	16. E	22.	29. A
4.	NIVEL 2	17. E	23. C	30. C
5.	11.	18. E	24. C	
6. A	12.	19. B	25. C	

Aplicamos lo aprendido



TEMA 5: TANTO POR CIENTO

1 Calcula el 15% de 180 más el 25% de 3000 y más el 60% de 8000.

A) 5477 B) 5277 C) 5667
D) 5577 E) 5877

2 Calcula el 50% de 4864 más el 6% de 700.

A) 2785 B) 2776 C) 2668
D) 2694 E) 2474

3 ¿De qué número es 9900 el 11%?

A) 900 B) 90 000 C) 180 000
D) 18 000 E) 36 000

4 Si el 26% de 2x es 1820, halla x.

A) 3600 B) 2500 C) 1750
D) 3800 E) 3500

5 ¿Qué tanto por ciento es 42 de 336?

A) 12,8% B) 10,5% C) 10,8%
D) 15,5% E) 12,5%

6 Si el $(2x - 4)\%$ de 700 es 42, halla x.

A) 4 B) 5 C) 7
D) 9 E) 6



7 ¿De qué número es 6000 el 50% más?

A) 8000 B) 4000 C) 9000
D) 3000 E) 2000

8 Determina el descuento único equivalente a tres descuentos sucesivos del 20%; 25% y 30%.

A) 60% B) 50% C) 55%
D) 58% E) 56%

9 Si al 80% del 25% de 5N le agregamos al 125% del 64% de 2N, tenemos como resultado 5200. Calcula N.

A) 1200 B) 2500 C) 2000
D) 1500 E) 1800

10 ¿Qué porcentaje habrá que disminuir a un número para que sea igual al 30% del 15% del 80% del 10% de sus 25/9 partes?

A) 99% B) 77% C) 81%
D) 32% E) 15%

11 Del arroz que hay en un almacén, se consume el 20% y luego nuevamente el 20%, pero de lo que queda. Determina el porcentaje de consumo.

A) 40% B) 20% C) 60%
D) 64% E) 36%

12 Cierta tela, al lavarse, se encoje el 10% en el ancho y el 20% en el largo. Si se sabe que dicha tela tiene 2 m de ancho, ¿qué longitud debe comprarse si se necesitan 36 m^2 de tela después del lavado?

A) 15 m B) 18 m C) 16 m
D) 20 m E) 25 m

13 En un aula de clases el número de hombres equivale al 80% del total, si se retiran el 20% de los hombres. ¿Qué porcentaje del resto son mujeres?

A) 30% B) 25% C) 22%
D) 23,8% E) 28%

14 A un obrero se le aumenta su sueldo de la siguiente manera:
–12% sobre el 20% de su sueldo.
–15% sobre el 50% de lo restante.
–20% sobre los 300 nuevos soles restantes.
¿Cuál es su nuevo salario?

A) S/.873 B) S/.940 C) S/.900
D) S/.825 E) S/.720

Claves

1. D	3. B	5. E	7. B	9. C	11. E	13. D
2. E	4. E	6. B	8. D	10. A	12. E	14. A

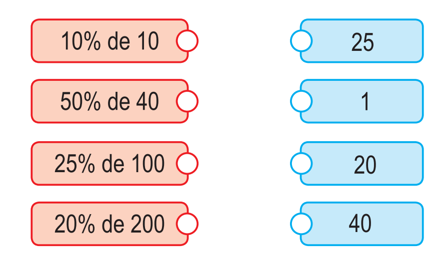
Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Relaciona:



2. Valeria trabaja en un centro comercial donde se decide realizar ofertas con descuentos del 20% sobre el precio de todas las prendas de verano. Ayuda a Valeria a tachar el precio verdadero y escribir el nuevo precio de las prendas.



3. Pinta las cifras que conforman el porcentaje, del color que corresponde a cada valor perdido.

75% de 100

25% de 400

50% de 48

2	3	6
7	4	5
1	0	0
8	9	0

Razonamiento y demostración

4. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

A) 30%(500) = 25%(500) + 25 ( )

B) El 5% del 2% del 40% de 25 es 0,001. ( )

C) 12%(77) – 2%(77) = 7,7 ( )

5. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

A) El 30% de 20 es igual al 20% de 30. ( )

B) El 9% de 99 es 9. ( )

C) El 5% del 5% del 5% de N equivale al 125% de N. ( )

Resolución de problemas

6. Si el $\left(\frac{1}{x-8}\right)$% de 800 es 4, halla x.

A) 8 B) 12 C) 10
D) 15 E) 16

7. Si se sabe que el (4n – 2)% de 9000 es 1260, halla n.

A) 2 B) 7 C) 4
D) 8 E) 5

8. Si el x% de 24 200 es 1210, halla x.

A) 5 B) 3 C) 10
D) 15 E) 18

9. Calcula: A + B + C

Si el A% de 2600 es 650, el B% de 4000 es 640 y el C% de 6000 es 840.

A) 56 B) 68 C) 75
D) 76 E) 55

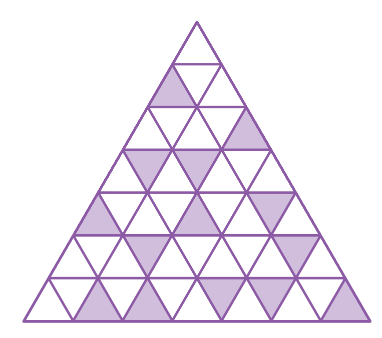
10. Si el x% de 400 es 72 y el y% de 900 es 135, halla: x + y

A) 30 B) 31 C) 32
D) 33 E) 34

NIVEL 2

Comunicación matemática

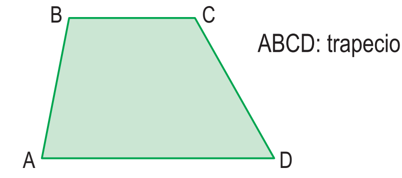
11. La siguiente figura es un triángulo equilátero dividido en regiones congruentes.



¿Qué porcentaje de la figura esta pintada?

Respuesta: ______

12. ¿En qué porcentaje disminuye el área de la siguiente figura, si su altura disminuye en 20% y sus bases (mayor y menor) disminuyen en un 25%?



ABCD: trapecio

Respuesta: ☐

Razonamiento y demostración

13. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

A) 1%P + 3%P + 5%P = 2(4%P) ☐

B) N + 5%N = 15%N ☐

C) 0,7%A > 0,7A ☐

14. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

A) $2^2\%(2^2) \geq 1\%(16)$ ☐

B) $5\%(8) = 5 \times (0{,}08)$ ☐

C) $\sqrt{7}\,\%(\sqrt{21}) + \sqrt{3}\,\%(15) = 22\%(\sqrt{3})$ ☐

Resolución de problemas

15. Si el (10x – 20)% de 30 000 es 15 000, halla x.

A) 7 B) 8 C) 9
D) 5 E) 20

16. ¿Qué tanto por ciento es 360 de 7200?

A) 10% B) 20% C) 40%
D) 5% E) 80%

17. Determina al aumento único equivalente a 3 aumentos sucesivos del 10%, 50% y 20%.

A) 80% B) 90% C) 97%
D) 98% E) 88%

18. Si el 40% de A; el 50% de B y el 50% de C son proporcionales a 6, 4 y 5, ¿qué tanto por ciento de (A + C) es B?

A) 64% B) 32% C) 60%
D) 80% E) 48%

19. La superficie de un terreno en forma cuadrada es 64 m^2. Si se amplía el terreno de tal forma que a cada lado se le aumenta 4 m, ¿en qué tanto por ciento varía la superficie?

A) 125% B) 140% C) 100%
D) 135% E) 90%

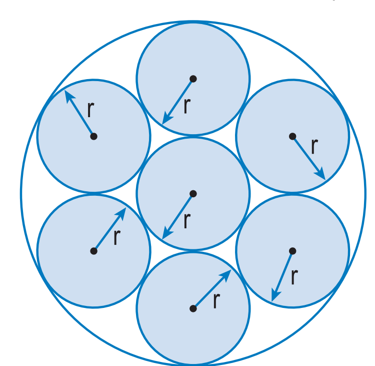
20. Al sueldo de un empleado se le hace un aumento del 20% al comenzar el año y en el mes de julio un aumento de 10% sobre el total. ¿Qué porcentaje del sueldo del año anterior estará recibiendo en agosto?

A) 120% B) 125% C) 128%
D) 130% E) 132%

NIVEL 3

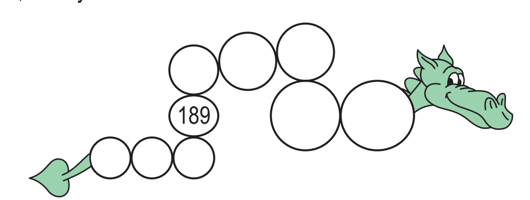
Comunicación matemática

21. ¿Qué porcentaje de la figura representa el área de la región sombreada con respecto al área del círculo mayor?



Respuesta: ☐

22. Completa la figura si el número de cada círculo es igual al número ubicado en el círculo anterior con tres aumentos sucesivos del 25%; 60% y 50%.



Razonamiento y demostración

23. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

A) Si $\left(\frac{x^2+x+1}{x-1}\right)\%\,N \in \mathbb{Z},\ \forall\, x \in \mathbb{Z}^+ - \{1\}$, entonces $N = \overset{\circ}{4}$. ☐

B) Si $0{,}\overline{mn}\%[CA(\overline{mn})] = 0{,}1204$ y $n - m \in \mathbb{Z}^+$, entonces $m^2 + n = \overset{\circ}{5}$. ☐

C) Si 0,5%N + 9,25%N + 0,125%N + 0,625% N + ... = 12 – 1%N, entonces N = 600. ☐

24. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

A) Si:
$a\%\overline{mn} + a^2\%\overline{mn} + a^3\%\overline{mn} + ... + a^{27}\%\overline{mn} + p = a^{28}p - 0,\overline{mn}$
y $p \in \mathbb{Z}$, $a \neq 1$, entonces $a \in \mathbb{Z}^+$. ( )

B) Si $(3\%N + 7\%N)^{[5(2\%N)]^{\sqrt[1000]{(N-90\%N)^{N^3}}} + 1} = 30\%N$,
entonces $N \in \mathbb{Q}$. ( )

C) Si p, q y r son números primos diferentes entre sí, entonces $p \times q \times (r\%\overline{rqp})$ siempre va a tener dos cifras decimales. ( )

Resolución de problemas

25. El gerente de ventas de cierta compañía reduce su promedio de producción en N%. Si el promedio final fue T, entonces el promedio original fue:

A) $\frac{TN}{100}$ B) $\frac{100T}{100-N}$ C) $\frac{100N}{T}$
D) $\frac{100-N}{T}$ E) $\frac{T}{100-N}$

26. Se mezclan 2 clases de soya en proporción de 3 a 4 y la mezcla se vende con una ganancia del 20%. Si se hubiera mezclado en proporción de 4 a 3 y se vendiera la mezcla con una ganancia del 25%, se obtiene que los precios de venta serían iguales. Halla la relación de precios de las clases de soya.

A) 3 a 4 B) 5 a 6 C) 7 a 9
D) 7 a 11 E) 9 a 17

27. Si la base de un triángulo disminuye en 10%, ¿qué sucede con su altura si su área aumenta en 20%?

A) Aumenta en 25%.
B) Aumenta en su mitad.
C) Aumenta en su tercera parte.
D) Aumenta en 75%.
E) Aumenta en su 20%.

28. Un jugador de fútbol ha rematado 10 tiros al arco, anotando 1 gol. ¿Cuántos disparos como mínimo debe efectuar para que la cantidad de tiros fallados represente el 75% del total?

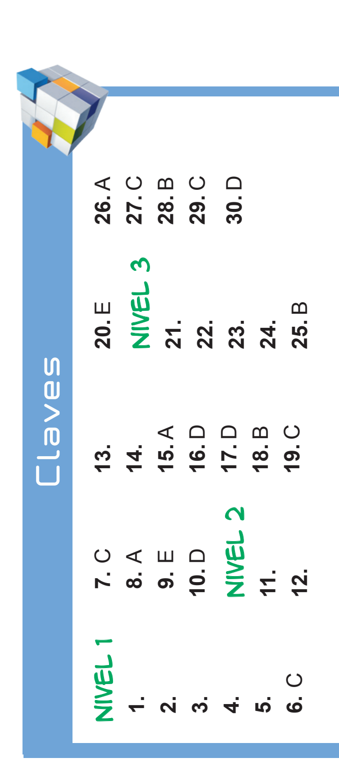
A) 1 B) 2 C) 3
D) 5 E) 4

29. Sandra gana mensualmente S/.N de los cuales le da mensualmente a su mamá el 40% de lo que gana; a su hermano el 30% de lo que le queda. Si su tío le da mensualmente a Sandra por su responsabilidad el 20% de lo que ella gana, ¿qué tanto por ciento del dinero que ella gana mensualmente le queda?

A) 42% B) 52% C) 62%
D) 72% E) 82%

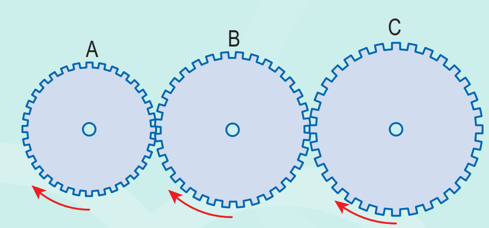
30. Saúl mezcló avena de S/.4 el kg y avena de S/.4,5 el kg; obteniéndose 200 kg, que se venden por equivocación a S/.3,3 el kg perdiendo el 20%. Halla cuántos kilogramos de avena de S/.4 el kg tenía inicialmente.

A) 220 kg B) 190 kg C) 200 kg
D) 150 kg E) 100 kg



MARATÓN Matemática

El engranaje A de 30 dientes, engrana con otro engranaje B de 40 dientes y este engrana con otro C de 50 dientes. Si empiezan a girar, al cabo de cuánto tiempo los puntos de contacto iniciales coincidirán por primera vez, si se sabe que A da 40 vueltas por minuto.



Resolución:

Para que los puntos de contacto iniciales coincidan, tanto el engranaje A, como el engranaje B y el engranaje C deben dar un número entero de vueltas simultáneamente.

Del enunciado, en un minuto el engranaje A da 40 vueltas, entonces:

(n.° de dientes A) $\times n_A$ = (n.° de dientes B) $\times n_B$ = (n.° de dientes C) $\times n_C$

$30 \times 40 = 40 \times n_B = 50 \times n_C$

$\Rightarrow n_B = 30;\ n_C = 24$

Entonces:

A: 1 vuelta en $\frac{1}{40}$ minutos

B: 1 vuelta en $\frac{1}{30}$ minutos

C: 1 vuelta en $\frac{1}{24}$ minutos

Luego:

$t = \text{MCM}\left(\frac{1}{40}; \frac{1}{30}; \frac{1}{24}\right) = \frac{1}{\text{MCD}(40; 30; 24)} = \frac{1}{2}$ minuto

Es decir, al cabo de 30 segundos los puntos iniciales coincidirán por primera vez.

1. Las edades de dos personas están en la relación de 3 a 5, y dentro de 8 años sumarán 56. Calcula dentro de cuántos años estarán en la relación de 4 a 5.

   A) 15 B) 20 C) 25
   D) 30 E) 35

2. En una caja hay 70 bolas blancas y 80 rojas. ¿Cuántas bolas blancas se deben retirar para tener 5 bolas rojas por cada 3 blancas?

   A) 15 B) 22 C) 36
   D) 18 E) 24

3. El número de niños y niñas en una fiesta infantil está en relación de 2 a 5. Si al cabo de 2 horas llegan 10 parejas y 6 niños, la nueva relación sería de 4 a 7.

   Halla el número de asistentes.

   A) 96 B) 121 C) 84
   D) 91 E) 110

4. ¿Cuál es el menor número natural por el que se debe multiplicar a 56 para que sea un cuadrado perfecto?

   A) 14 B) 49 C) 56
   D) 4 E) 196

5. ¿Cuántos cuadrados perfectos que terminan en 6 hay entre 3600 y 10 000?

   A) 8 B) 9 C) 10
   D) 12 E) 16

6. Reparte 235 en 3 partes que sean DP a los números 5/6; 3/8 y 3/4. Indica la parte menor.

   A) 100 B) 45 C) 90
   D) 60 E) 80

7. Reparte 670 en partes DP a 7; 4 y 5 e IP a 3; 2 y 4 respectivamente. Indica la parte mayor.

   A) 390 B) 280 C) 240
   D) 150 E) 380

8. Si A es DP a B^3 y B es IP a C^4, ¿cómo se relaciona A con C?

   A) A (DP) C^2 B) A (DP) C C) A (IP) C^{12}
   D) A (DP) $\frac{1}{C^2}$ E) A (IP)C^6

9. Una cuadrilla de 30 obreros puede hacer una obra en 12 días, ¿cuántos días serán necesarios para que otra cuadrilla de 20 obreros, de doble eficiencia que los anteriores, haga la misma obra?

   A) 6 B) 7 C) 8
   D) 9 E) 10

10. Para forrar un cubo de 1 m de lado se gastó $100. ¿Cuánto se gastará para forrar un cubo de 1,5 m de lado?

    A) $225 B) $150 C) $200
    D) $250 E) $125

11. En un zoológico se necesitan 720 kg de carne para alimentar durante el mes de noviembre a 5 leones. ¿Cuántos kg se necesitaron para dar de comer a 8 leones durante 25 días?

    A) 960 B) 970 C) 980
    D) 990 E) 1000

12. De un recipiente lleno de agua se extrae el 25% de lo que no se extrae. ¿Qué tanto por ciento estará lleno el recipiente, si se agrega el 25% de lo que faltaba llenar?

    A) 83% B) 70% C) 85%
    D) 90% E) 75%


Aritmética
Unidad 4

RECUERDA

Matemáticas durante el Renacimiento

Aunque el final del periodo medieval fue testigo de importantes estudios matemáticos sobre los problemas del infinito por autores como Nicole Oresme, no fue hasta principios del siglo XVI cuando se hizo un descubrimiento matemático de trascendencia en Occidente. Era una fórmula algebraica para la resolución de las ecuaciones de tercer y cuarto grado, y fue publicado en 1545 por el matemático italiano Gerolamo Cardano en su *Ars magna*. Este hallazgo llevó a los matemáticos a interesarse por los números complejos y estimuló la búsqueda de soluciones similares para ecuaciones de quinto grado y superior. Fue esta búsqueda la que a su vez generó los primeros trabajos sobre la teoría de grupos a finales del siglo XVIII y la teoría de ecuaciones del matemático francés Évariste Galois a principios del siglo XIX.

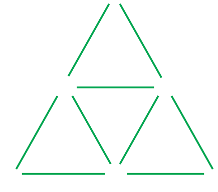
También, durante el siglo XVI, se empezaron a utilizar los modernos signos matemáticos y algebraicos. El matemático francés François Viète llevó a cabo importantes estudios sobre la resolución de ecuaciones. Sus escritos ejercieron gran influencia en muchos matemáticos del siglo posterior, incluyendo a Pierre de Fermat en Francia e Isaac Newton en Inglaterra.

Reflexiona

- *Los problemas existen como creencias mentales de nuestro ego, que es incapaz de concebir la conciencia de nuestra mente espiritual.*
- *Si reescribes tu contrato con la realidad, podrás cambiar tu mente y deshacerte de todo aquello que percibes como un problema. Cambia tu actitud hacia ti mismo.*
- *Reescribe tu contrato con la realidad respecto a quién eres tú y qué eres capaz de lograr. Tus pensamientos son la fuente de prácticamente todo lo que configura tu vida.*

¡Razona...!

¿Cuántos palitos como mínimo habrá que mover para que en la figura queden solamente 4 triángulos iguales?



A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

Aplicamos lo aprendido



TEMA 1: PROMEDIOS

1 Halla el promedio aritmético de los siete primeros números impares positivos.

A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9

2 Halla la suma de los promedios aritmético y armónico de los números 1; 2; 3 y 6.

A) 5 B) 4 C) 3
D) 2,8 E) 2,4

3 Halla el promedio geométrico de: 2; 4; 8; 16; 32; 64; 128; 256 y 512.

A) 30 B) 32 C) 34
D) 36 E) 38

4 Calcula a si la $\overline{MH}$ de los números a; 2a y 4a es 36.

A) 15 B) 20 C) 21
D) 24 E) 28

5 El promedio de A y 10 es 15, el promedio de C y 15 es 10, y el promedio de 10A; 35B y 15C es 185.
Halla: A + B + C

A) 32 B) 33 C) 29
D) 31 E) 30

6 Si el promedio geométrico de 5^a, 25^a y 625^a es 5^7, determina: a^2

A) 3 B) 6 C) 9
D) 7 E) 49

7 La media geométrica de 2 números positivos es 4 y la suma de sus cuadrados es 68. Halla su media aritmética.

A) 1 B) 3 C) 4
D) 5 E) 7

8 El promedio aritmético de 50 números es n y el promedio aritmético de otros 30 números es (n – 8). Si el promedio aritmético de los 80 números es 12, halla n.

A) 14 B) 15 C) 13
D) 16 E) 17

9 La media aritmética de dos números es 5. Si se triplica el primer número y al segundo se le disminuye en 2 unidades, entonces el nuevo promedio es 8. Calcula la diferencia de dichos números.

A) 1 B) 2 C) 4
D) 5 E) 6

10 El promedio aritmético de 3 números es 12,5; ¿cuál será el nuevo promedio si a cada número lo multiplicamos por 2 y le sumamos 3?

A) 18 B) 19 C) 26
D) 28 E) 29

11 El promedio aritmético de 50 números es 38, siendo 45 y 55 dos de los números. Eliminando estos dos números, el promedio de los restantes es:

A) 36,6 B) 37 C) 37,5
D) 39 E) 38,2

12 Seis señoritas están reunidas. Si ninguna es mayor de 60 años y el promedio de las edades de estas es 56, ¿cuál es la menor edad que una de ellas puede tener?

A) 32 B) 34 C) 36
D) 38 E) 40

13 Calcula el promedio ponderado del cuadro mostrado:

	Nota	Peso
Evaluac. 1	12	3
Evaluac. 2	14	2
Evaluac. 3	16	1

A) 12,6 B) 12 C) $13,\widehat{3}$
D) 13 E) 12,3

14 Halla la $\overline{MH}$ de los números: 2; 6; 12; 20; ... ; 420

A) 20 B) 21 C) 22
D) 23 E) 24

Claves

1. C	3. B	5. B	7. D	9. B	11. C	13. C
2. A	4. C	6. C	8. B	10. D	12. C	14. B

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Completa los recuadros.

$\overline{MA} = \dfrac{20 + 3 + 1 + 2}{\square}$

$\square = \sqrt[4]{2 \times 4 \times 6 \times 27}$

$\overline{MH} = \dfrac{\square}{1 + \frac{5}{3} + \frac{1}{4} + 2}$

2. La edad promedio del siguiente grupo de personas es 18.



Si la suma de edades de las mujeres es 33, ¿cuál es el promedio de edades de los varones?

Respuesta: $\square$

3. Relaciona los datos con sus respectivos promedios.

5; 9 y 10	35
11; 15 y 19	7
2; 4; 13 y 9	15
20; 30; 40 y 50	8

Razonamiento y demostración

4. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

A) La media aritmética de 21; 23 y 25 es un número primo. $\square$


B) La media aritmética de 12; 20 y 31 es mayor que la media aritmética de 50; 60 y 70. $\square$


C) $\overline{MA}(0,3; 0,9) > 1$ $\square$

5. Si:

$M = \overline{MH}\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}\right)$

$N = \overline{MA}(2; 3; 4)$

$P = \overline{MG}(4N; M)$

Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

A) $\overline{MG}(M; N) > \overline{MH}(M; N)$ 

B) $\overline{MH}\left(\frac{1}{M}; N\right) = \overline{MH}\left(M; \frac{1}{N}\right)$ $\square$

C) $\overline{MA}(P; N) < M + P$ $\square$

Resolución de problemas

6. Halla el promedio geométrico de 12; 32 y 36.

A) 8 B) 12 C) 15 D) 18 E) 24

7. Halla el promedio armónico de los números 1; 2 y 3.

A) $\frac{9}{11}$ B) $\frac{6}{11}$ C) $\frac{18}{11}$ D) $\frac{7}{11}$ E) $\frac{4}{11}$

8. Halla la $\overline{MG}$ de 3; 9; 27; 81; 243; 729 y 2187.

A) 9 B) 27 C) 81 D) 72 E) 18

9. Dadas las siguientes notas de 7 postulantes: 14; 13; 16; 18; 12; 15 y 17. ¿Cuál de las alternativas puede ser un promedio de sus notas?

A) 11,5 B) 14,7 C) 18,5 D) 19 E) $2\sqrt{7}$

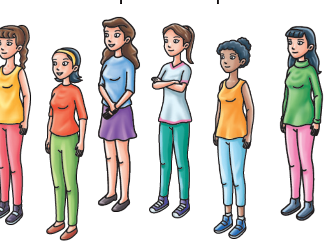
10. El promedio de cinco números es 85. Si se considera un sexto número, el promedio aumenta en 15. El sexto número será:

A) 25 B) 45 C) 75 D) 115 E) 175

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. En la figura se muestran las personas que asisten a una reunión.





Si la edad promedio de las mujeres es 21 años y la edad promedio de los varones es 24 años, ¿cuál es la edad promedio del total de personas?

Respuesta: $\square$

12. Rubén observa sus notas obtenidas en el curso de Física I.



	Peso	Nota
Examen parcial	0,3	13
Laboratorio	0,4	12
Examen final	0,3	

¿Cuánto de nota debe obtener en su examen final para que su promedio sea 12?

Respuesta: ______

Razonamiento y demostración

13. Si:

$S_n = 1 + 2 + 3 + ... + n;\ n \in \mathbb{Z}^+$

De las proposiciones:

I. $\overline{MG}(S_1; S_2; S_3) < \overline{MH}(S_1; S_2)$

II. $\overline{MA}(1; 2; 3; ...; n) < S_n$, para $n > 2$

III. $\overline{MG}(S_4; S_9) > S_5$

Son verdaderos:

A) Solo I B) Solo II C) I y III
D) II y III E) Todas

14. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

A) Si $n \in \mathbb{N}$, entonces la media aritmética de n y n + 2 es un número natural. ( )

B) Si $\{x; y; z\} \subset \mathbb{Z}^+$ y $z = x + y$, entonces $\overline{MA}(x; y; z) = \overline{MA}(x; y)$. ( )

C) Si $\{a; b; c\} \subset \mathbb{N}$, entonces $\overline{MA}(a + 1; b + 2; c + 3) = \overline{MA}(a; b; c) + \sqrt{4}$. ( )

Resolución de problemas

15. El promedio de 40 números es 180. Si se descartan cinco números cuya suma es 200, calcula el nuevo promedio.

A) 140 B) 180 C) 200 D) 220 E) 330

16. Halla la diferencia de dos números enteros, cuya media armónica es 42 y su media aritmética es 56.

A) 14 B) 60 C) 56 D) 24 E) 42

17. El promedio aritmético de las edades de 4 hermanos es 21. Si sus edades están en la relación de 2; 3; 4 y 5, calcula la edad del menor más el mayor.

A) 42 B) 30 C) 14 D) 10 E) 20

18. El promedio de 8 números es 82, siendo 142 y 88 dos de estos números. Si eliminamos estos 2 números, ¿cuál será el promedio de los restantes?

A) 71,5 B) 71 C) 69 D) 72,5 E) 72

19. El promedio de 40 estudiantes es 16. Si el promedio de 5 de estos es 18 y el promedio de otros 15 es 12, ¿cuál es el promedio de los restantes?

A) 18 B) 17 C) 18,5
D) 15 E) 19

20. Halla el promedio de un alumno del curso de Aritmética, sabiendo:

	Créditos	Nota
Prácticas calificadas	3	12
Simulacros	5	10
Domiciliarias	2	11

A) 10,2 B) 10,4 C) 10,6
D) 10,8 E) 10,5

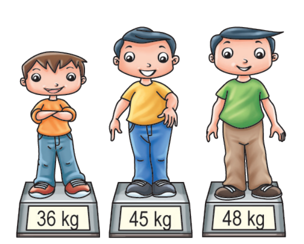
NIVEL 3

Comunicación matemática

21. Completa la pirámide, si el valor de cada casillero es la media aritmética de los tres números que se encuentran debajo de este.

			30			
			32			
			31		24	
	22		48		32	24

22. En la figura se muestra los pesos de tres hermanos.



Completa los recuadros:

- El mayor promedio es: ______
- El menor promedio es: ______

Razonamiento y demostración

23. Si A y B son dos números enteros positivos, demuestra que $[\overline{MG}(A; B)]^2 = \overline{MA}(A; B) \times \overline{MH}(A; B)$

24. Si A y B son dos números enteros positivos tal que $A < B$. Demuestra que:

$\overline{MH}(A; B) < \overline{MG}(A; B) < \overline{MA}(A; B)$

Resolución de problemas

25. Determina la nota que falta para que el promedio sea 13 en el cuadro de notas mostrado.

	Nota	Peso
Examen 1	10	2
Examen 2	12	3
Examen 3	14	1
Examen 4		2

A) 16 B) 15 C) 17
D) 18 E) 13

26. 8 estudiantes tienen un promedio de edades de 16 años, si ninguno es menor de 14 años, ¿cuál será la máxima edad que uno de estos puede tener?

A) 28 B) 26 C) 30
D) 32 E) 19

27. En un colegio, el número de varones es el 75% del número de mujeres. La estatura promedio del total de los varones y de las mujeres es 1,57 m y 1,54 m, respectivamente. Calcula la estatura promedio de los varones.

A) 1,58 m B) 1,61 m C) 1,65 m
D) 1,68 m E) 1,72 m

28. La $\overline{MA}$ de 10 números impares de 2 cifras es 20 y de otros 4 impares también de 2 cifras es 34. Calcula el promedio de los impares de dos cifras no considerados.

A) 15 B) 19 C) 39
D) 69 E) 51

29. El promedio aritmético de 4 números naturales es 11 y cuando se les agrupa de 3 en 3, dichos promedios aritméticos son pares consecutivos. Halla el menor de los números.

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

30. Si: $\overline{MH}(a; b) = 3$

$\overline{MH}(a; c) = 3{,}2$

$\overline{MH}(b; c) = \frac{48}{7}$

Halla: $\overline{MH}(a; b; c)$

A) $\frac{29}{39}$ B) $\frac{28}{33}$ C) $\frac{17}{27}$
D) $\frac{36}{27}$ E) $\frac{72}{19}$

31. El promedio geométrico de cuatro números diferentes es $9\sqrt{3}$. Calcula el promedio aritmético, sabiendo que son números enteros positivos.

A) 24 B) 26 C) 28
D) 30 E) 32

32. En una pequeña empresa se paga en promedio S/.40 por día a cada obrero. Calcula cuántos obreros tiene la empresa, si al contratar 10 obreros más a S/.20 por día el promedio sería S/. 100/3.

A) 12 B) 14 C) 16
D) 18 E) 20

33. El promedio de las notas en un curso de 30 alumnos es 52, los primeros 6 obtuvieron 31 de promedio sabiendo que de los restantes ninguno supera los 60 puntos. Calcula el menor promedio posible que alcanzaron 4 estudiantes de los restantes.

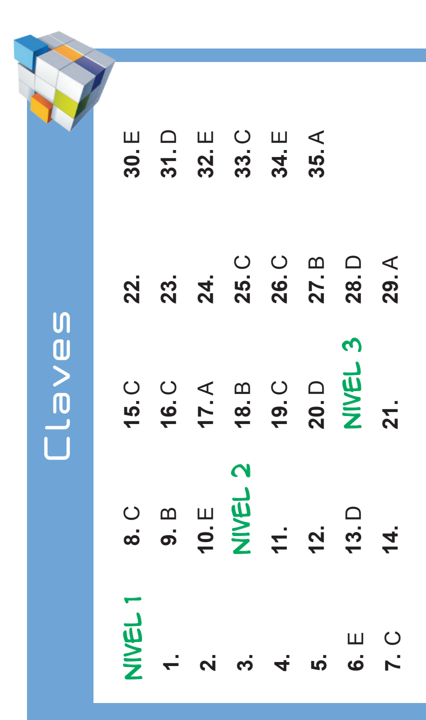
A) 41,5 B) 42,5 C) 43,5
D) 44,5 E) 45,5

34. El PA de n números es 50. Si se suprimen todos los 20 que son x en total el PA aumenta en x unidades. Halla n si este número es a x como 8 es a 3.

A) 40 B) 42 C) 44
D) 46 E) 48

35. La edad promedio de un salón de clases es 17 años. Si en una clase hay 40 alumnos en total, de los cuales 10 tienen 16 años, un grupo tiene 17 años y el resto 18 años, ¿cuántas personas son las que tienen 17 años?

A) 20 B) 30 C) 12
D) 15 E) 10



Aplicamos lo aprendido




TEMA 2: ESTADÍSTICA

1 Se tienen los promedios finales de 12 estudiantes del curso de Matemática I.

10,5	11	12	11,8
11,2	10,2	12,5	11,5
12,1	13	14,2	10,8

Si los datos se clasifican en 4 intervalos de clase, calcula $F_2 + F_3$.

A) 9 B) 12 C) 15
D) 18 E) 20

2 Se tiene el siguiente cuadro de frecuencias:

I_i	f_i	F_i
[50; 60⟩	16	
[60; 70⟩	20	
[70; 80⟩		60
[80; 90⟩		
[90; 100]	18	
	n = 100	

Calcula: $f_3 + f_4 + F_4$

A) 120 B) 124 C) 128
D) 130 E) 132

3 Del cuadro de frecuencias:

I_i	f_i	h_i	F_i
[10; 30⟩			2/b
[30; 50⟩	6		8/b
[50; 70⟩			16/b
[70; 90]	4		

Halla: $f_3 + h_1 + h_2$

A) 8,4 B) 8,6 C) 8,8
D) 9 E) 9,2

4 Halla $x + y + z + t$, si:

I_i	f_i	F_i
[10; ⟩	18	t
	x	y
[t; 22⟩	21	61
	z	80

A) 96 B) 97 C) 98
D) 99 E) 100

5 Se tiene la distribución de ingresos semanales de un grupo de familias.

I_i	x_i	f_i
[300; 400⟩		7b
[400; 500⟩		32
[500; 600⟩		6b
[600; 700]		16

Si el ingreso promedio semanal es de S/.478, ¿cuántas familias tienen un ingreso semanal menor que S/.600?

A) 28 B) 60 C) 84
D) 90 E) 92

6 Halla la mediana de la siguiente distribución de frecuencias.

I_i	f_i
[20; 24⟩	10
[24; 28⟩	16
[28; 32⟩	20
[32; 36⟩	19
[36; 40]	15

A) 28 B) 30 C) 30,2
D) 30,5 E) 30,8

7 Halla la moda de la siguiente distribución de frecuencias.

I_i	f_i
[40; 60⟩	16
[60; 80⟩	23
[80; 100⟩	27
[100; 120⟩	21
[120; 140]	13

A) 80 B) 82 C) 84
D) 86 E) 88

8 Halla la media de la siguiente distribución de frecuencias.

I_i	f_i	F_i
[10; 12⟩		14
[12; 14⟩	26	
[14; 16⟩		64
[16; 18⟩		80

A) 14,01 B) 14,02 C) 14,05
D) 14,51 E) 14,65

9 Calcula la diferencia entre la mediana y la moda de los siguientes datos:

6 7 4 4 3 2
4 3 7 6 4 6

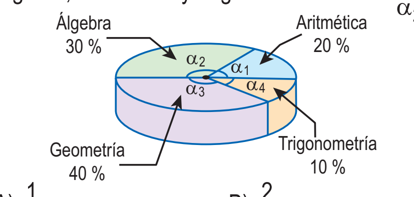
A) 1 B) 0 C) 2
D) 4 E) 3

10 Halla la diferencia entre la media y la moda de los siguientes datos:

10 17 16 12 10
10 12 14 14 12
12 10 12 14 16

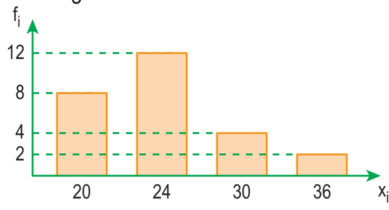
A) 0,51 B) 0,61 C) 0,63
D) 0,73 E) 0,75

11 En el diagrama circular se muestran las preferencias de un grupo de alumnos de una I. E., sobre los cursos de Aritmética, Álgebra, Geometría y Trigonometría. Halla $\dfrac{\alpha_1+\alpha_3}{\alpha_2+\alpha_4}$



A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{2}$
D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{4}{5}$

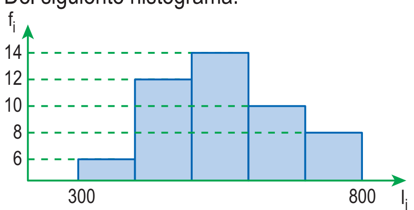
12 Del diagrama de barras:



Halla: Me + Mo

A) 40 B) 44 C) 48
D) 52 E) 56

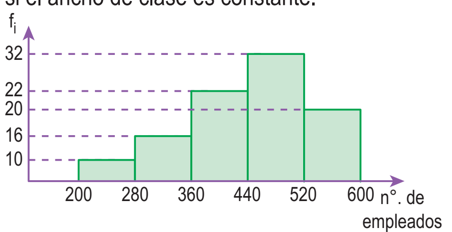
13 Del siguiente histograma:



Halla la media, si el ancho de clase es constante

A) 500 B) 520 C) 528
D) 545 E) 554

14 En el histograma se muestra la distribución de los salarios de 100 empleados en una determinada compañía. Halla: Mo + Me, si el ancho de clase es constante.



A) 914,65 B) 915,84 C) 917,5
D) 921,36 E) 918,22

Claves

1. E 2. C 3. A 4. D 5. C 6. E 7. E 8. C 9. B 10. D 11. C 12. C 13. E 14. D

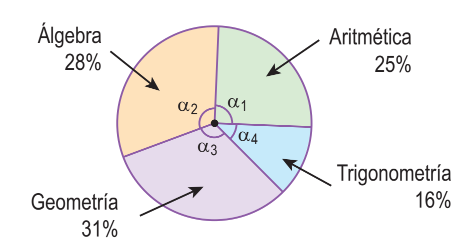
Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

Enunciado para los problemas 1; 2; 3; 4 y 5.
En el siguiente gráfico de barras se muestran las preferencias de 200 alumnos de una I. E. sobre los cursos de Aritmética, Álgebra, Geometría y Trigonometría.



1. ¿Cuántos alumnos prefieren el curso de Álgebra?

Respuesta:

2. ¿Cuántos alumnos prefieren el curso de Geometría?

Respuesta:

3. ¿Qué curso tiene mayor preferencia?

Respuesta:

Razonamiento y demostración

4. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

A) $\alpha_1 < 90°$

B) $\alpha_1 + \alpha_2 = 180°$

C) α_3 es un ángulo agudo.

5. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

A) $\alpha_1 = 100^g$

B) $\alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 = 3\alpha_1$

C) $\alpha_3 > \alpha_1$

Resolución de problemas

6. Del siguiente conjunto de datos:

6; 4; 5; 4; 8; 6; 1; 5; 6; 7; 5; 6

Determina la mediana.

A) 3 B) 4,5 C) 5,5 D) 6,1 E) 7

7. Del siguiente conjunto de datos:

17; 11; 12; 11; 13; 12; 14; 13; 16; 16; 13; 16; 15; 17; 16; 18

Halla la moda.

A) 11 B) 12 C) 13 D) 15 E) 16

Enunciado para los problemas 8; 9 y 10
Se tienen las siguientes muestras:

P: 2; 3; 3; 5; 7; 5; 7; 5; 8; 4

Q: 6; 7; 5; 2; 7; 1; 7; 6; 4; 2

R: 3; 4; 6; 6; 8; 9; 7; 6; 3; 2

8. Determina el orden en que se encuentran $\overline{X}_P$; $\overline{X}_Q$ y $\overline{X}_R$.

A) $\overline{X}_P > \overline{X}_Q > \overline{X}_R$ B) $\overline{X}_R > \overline{X}_P > \overline{X}_Q$

C) $\overline{X}_R > \overline{X}_Q > \overline{X}_P$ D) $\overline{X}_Q > \overline{X}_P > \overline{X}_R$

E) $\overline{X}_Q > \overline{X}_R > \overline{X}_P$

9. Determina el orden en que se encuentran:
Me_P; Me_Q y Me_R.

A) $Me_R > Me_Q > Me_P$ B) $Me_P > Me_Q > Me_R$

C) $Me_Q > Me_P > Me_R$ D) $Me_R > Me_P > Me_Q$

E) $Me_P > Me_R > Me_Q$

10. Determina el orden en que se encuentran
Mo_P; Mo_Q y Mo_R.

A) $Mo_R > Mo_Q > Mo_P$ B) $Mo_Q > Mo_P > Mo_R$

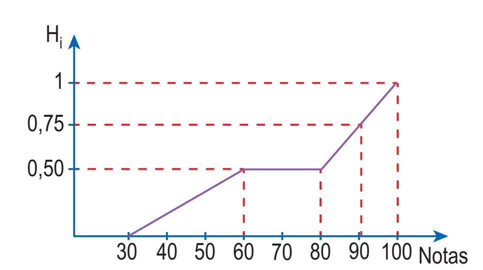
C) $Mo_R > Mo_P > Mo_Q$ D) $Mo_Q > Mo_R > Mo_P$

E) $Mo_P > Mo_Q > Mo_R$

NIVEL 2

Comunicación matemática

Enunciado para los problemas 11 y 12
El siguiente gráfico ha sido elaborado con las notas obtenidas en un examen.



11. ¿Cuántos alumnos obtienen notas entre 70 y 90 puntos, si el total de alumnos es 4000?

Respuesta:

12. ¿Cuántos alumnos tienen notas mayores o iguales a 80 puntos, si el total de alumnos es 2000?

Respuesta:

Razonamiento y demostración

Se tiene la siguiente tabla de distribución de frecuencias de n observaciones:

I_i	f_i
[6; 16⟩	f_1
[16; 26⟩	16
[26; 36⟩	20
[36; 46⟩	9
[46; 56]	5

13. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

A) Si n = 60, entonces Me = 28. ☐

B) Si n = 60, entonces Mo = 26. ☐

C) Si n = 80, entonces Me = 25. ☐

14. Si $f_1 = 0$, entonces solo se considerarán cuatro intervalos de clase. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

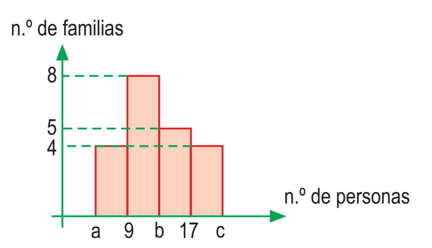
A) Me > Mo ☐

B) Mo < $\bar{X}$ ☐

C) $\bar{X} \geq$ Me ☐

Resolución de problemas

15. En el siguiente histograma se muestra el resultado de una encuesta.



Calcula (a + b + c + $\bar{X}$), si la distribución se realiza en intervalos de igual ancho de clase.

A) 51,6 B) 52,7 C) 51,33
D) 51,71 E) 52,5

16. Determina la media de los datos tabulados en la siguiente tabla:

I_i	f_i
[13; 17⟩	10
[17; 21⟩	20
[21; 25⟩	22
[25; 29]	23

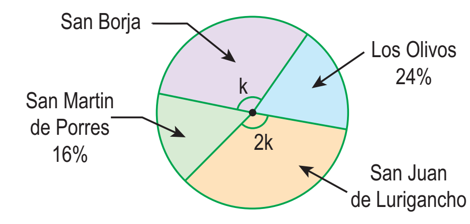
A) 19,5 B) 22,1 C) 23,5 D) 24,7 E) 26,2

17. Determina la moda de la siguiente distribución:

I_i	f_i
[0; 1⟩	4
[1; 2⟩	8
[2; 3⟩	11
[3; 4⟩	15
[4; 5]	12

A) 2,1 B) 3,57 C) 4,52 D) 3,25 E) 6,3

18. El siguiente diagrama, muestra los distritos de residencia de 500 alumnos de una I. E.



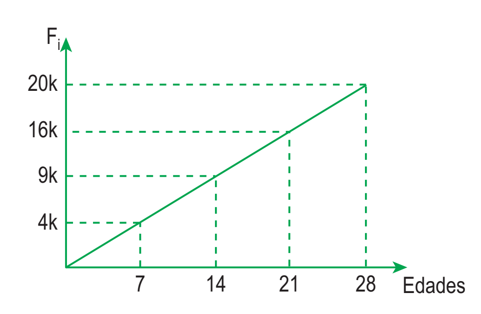
Halla la diferencia entre el número de alumnos de San Juan de Lurigancho y Los Olivos.

A) 30 B) 40 C) 50 D) 60 E) 80

NIVEL 3

Comunicación matemática

Dado el siguiente diagrama:



19. El valor de la media es: ☐

20. El valor de la mediana es: ☐

Razonamiento y demostración

Al clasificar los sueldos de los trabajadores de una empresa se obtuvo una distribución simétrica de (2n + 1) intervalos, donde $x_{n-2} = 322$; $x_{n+2} = 446$ y el ancho de clase es común.

21. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

A) $\bar{X} > 322$ ☐

B) $\bar{X} < 446$ ☐

C) $\bar{X} < 322$ ☐

22. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

A) $\overline{X} = Me$ ( )

B) $\overline{X} \geq Me$ ( )

C) $\overline{X} < Me$ ( )

Resolución de problemas

23. Completa la siguiente tabla de distribución de frecuencias y halla: $f_2 + h_1$.

I_i	f_i	F_i	h_i	H_i
[30; 50⟩		18		
[50; 70⟩				0,30
[70; 90⟩	27			
[90; 110]			0,40	

A) 9,2 B) 22,2 C) 5,2
D) 30,5 E) 24,3

24. Completa la siguiente tabla de distribución de frecuencias e indica qué tanto por ciento del total tienen edades desde 18 hasta 30 años.

Edades	f_i	h_i	H_i
[12; 18⟩			0,10
[; 24⟩		0,30	
[; 30⟩	40		
[; 36]	20		

A) 40% B) 50% C) 60%
D) 70% E) 80%

25. De la siguiente tabla de distribución de frecuencias, calcula: $f_2 + f_1 + n$

Intervalos	f_i	h_i	F_i	H_i
[10; 20⟩				
[20; 30⟩				
[30; 40⟩		0,3		
[40; 50⟩	25		n	0,8
[50; 60]	20	0,2		

A) 104 B) 123 C) 105
D) 125 E) 126

26. Se tiene la siguiente distribución, con ancho de clase común, sobre las edades de un determinado grupo de personas encuestadas.

Edades	f_i	F_i
[20, 30⟩	k	
[30; 40⟩		60
[40; 50⟩	4k	
[50; 60]		

Cuántas personas encuestadas son menores de 50 años si se cumple que:

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{f_3}{f_4} = \frac{1}{2}$$

A) 130 B) 140 C) 150
D) 160 E) 170

27. Dada la siguiente tabla simétrica, calcula $h_{i(máx.)}$, sabiendo que $\overline{X} = 0{,}60$.

I_i	h_i
[0,20; 0,40⟩	0,10
[0,40; 0,60⟩	
[0,60; 0,80⟩	
[0,80; 1]	

A) 0,20 B) 0,30 C) 0,60
D) 0,50 E) 0,40

28. En una prueba de aptitud académica se evaluaron a "n" estudiantes y las notas obtenidas se clasificaron en una tabla de distribución de frecuencias como se muestra a continuación:

I_i	X_i	h_i
[; ⟩	45	$\frac{k}{50}$
[; ⟩	55	$\frac{3k}{100}$
[; ⟩	65	$\frac{2k}{25}$
[; ⟩	75	$\frac{3k}{50}$
[;]	85	$\frac{k}{100}$

¿Qué porcentaje de estudiantes obtuvieron una nota menor que 66 puntos y mayor que 47 puntos?

A) 32% B) 40% C) 42%
D) 45% E) 50%

Claves

NIVEL 1			NIVEL 3	
1.	6. C	12.	19.	24. D
2.	7. E	13.	20.	25. C
3.	8. B	14.	21.	26. B
4.	9. A	15. D	22.	27. E
5.	10. D	16. B	23. A	28. C
	NIVEL 2	17. B		
	11.	18. E		

Aplicamos lo aprendido



TEMA 3: ANÁLISIS COMBINATORIO

1 Un producto se arma en tres etapas. En la primera etapa hay 5 líneas de armado, en la segunda etapa hay 4 líneas de armado y en la tercera etapa hay 6 líneas de armado. ¿De cuántas maneras puede moverse el producto en el proceso de armado?

A) 60 B) 100 C) 120
D) 150 E) 180

2 Una señora tiene 11 amigos de confianza. De cuántas maneras puede invitar a 5 de ellos a comer, si dos de ellos no se llevan bien y no asisten juntos.

A) 210 B) 378 C) 360
D) 400 E) 462

3 De cuántas formas puede ordenarse los elementos del conjunto: {A; O; S; T}

A) 6 B) 12 C)d 18
D) 24 E) 28

4 Yisela tiene 3 amigos y siempre va a la universidad acompañada por lo menos con uno de sus amigos. ¿Cuántas alternativas de compañía tiene Yisela para ir a la universidad?

A) 6 B) 7 C) 8
D) 9 E) 10

5 El asta de una bandera de un barco tiene tres posiciones en las que puede colocarse una bandera. Suponiendo que el barco lleva cuatro banderas diferentes para hacer señales, ¿cuántas señales pueden hacerse con dos banderas?

A) 24 B) 32 C) 36
D) 42 E) 48

6 Katy quiere comprar un mandil y un par de guantes, para esto visitó 2 tiendas. En la primera, encontró 3 modelos de mandiles y 7 guantes; mientras que en la segunda, encontró 2 modelos de mandiles y 5 de guantes. ¿De cuántas maneras puede efectuar la compra, si debe comprar ambos artículos en la misma tienda?

A) 21 B) 31 C) 35
D) 40 E) 46

7 Se dispone de 8 colores y queremos pintar una bandera de 5 franjas, cada franja de un color, ¿de cuántas maneras de puede hacer esto?

A) 6720 B) 6890 C) 6910
D) 7040 E) 7532

8 ¿Cuántos números de 4 dígitos se pueden formar con los dígitos 1; 2; 3 y 4?

A) 24 B) 36 C) 40
D) 44 E) 48

9 Una línea de ferrocarril tiene 20 estaciones. ¿Cuántos billetes diferentes habrá que imprimir si cada billete lleva impresos las estaciones de origen y destino?

A) 180 B) 200 C) 250
D) 300 E) 380

10 Tres atletas toman parte en una competición. ¿De cuántas maneras podrán llegar a la meta? Considere que pueden llegar juntos.

A) 11 B) 12 C) 10
D) 14 E) 15

11 Un alumno tiene que elegir 7 de las 10 preguntas de un examen. ¿De cuántas maneras puede elegirlas, si las cuatro primeras son obligatorias?

A) 15 B) 18 C) 19
D) 20 E) 23

12 ¿De cuántas maneras se pueden ordenar 5 libros en un estante con capacidad para 5 libros?

A) 24 B) 120 C) 720
D) 30 E) 144

13 ¿Cuántos comités de 3 miembros se pueden elegir entre 8 personas?

A) 24 B) 11 C) 8
D) 56 E) 210

14 ¿De cuántas maneras se pueden elegir dos o más corbatas entre una colección de 8 corbatas?

A) 240 B) 247 C) 120
D) 720 E) 40 320

Claves

1. C	3. D	5. C	7. A	9. E	11. D	13. D
2. B	4. B	6. B	8. A	10. C	12. B	14. B

Practiquemos

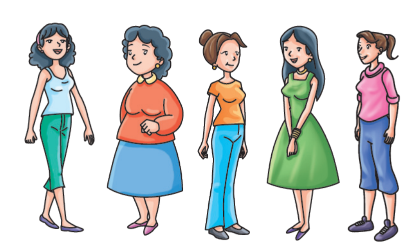


NIVEL 1

Comunicación matemática

Del siguiente grupo de personas:





Se quiere formar comisiones de 5 personas.

1. ¿Cuántas comisiones se formarán si en ella deben haber dos mujeres?

Respuesta: ☐

2. ¿Cuántas comisiones se formarán si en ella deben haber dos hombres?

Respuesta: ☐

3. ¿Cuántas comisiones se formarán si en ella deben estar todos los hombres?

Respuesta: ☐

Razonamiento y demostración

4. Hay seis ómnibus diferentes que viajan de Lima a Huancayo. Da el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

I. Existen 30 posibilidades de ir y regresar, pero en un ómnibus diferente.

II. Si un ómnibus se malogra, existen 25 posibilidades de ir y regresar.

III. Si se incrementa la flota en tres ómnibus, existirían 72 posibilidades de ir a Huancayo.

A) VVV B) VVF C) VFF
D) FFF E) FVV

5. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

A) $P_1 + P_2 > P_3$ ☐

B) $C_1^2 + 3 = 5$ ☐

C) $4P_3 = 4!$ ☐

Resolución de problemas

6. ¿De cuántas maneras se pueden disponer en una cancha, 6 jugadores de fulbito si uno de ellos siempre juega de arquero?

A) 90 B) 100 C) 120 D) 240 E) 320

Enunciado para los problemas: 7, 8 y 9
Un grupo esta formado por 3 abogados, 5 arquitectos y 2 ingenieros.

7. ¿De cuántas maneras diferentes se podrá elegir a tres personas?

A) 160 B) 80 C) 120 D) 60 E) 240

8. ¿De cuántas maneras se podrá elegir 2 abogados y 3 arquitectos?

A) 15 B) 20 C) 30 D) 60 E) 12

9. ¿De cuántas maneras diferentes se podrá elegir un ingeniero y 4 arquitectos?

A) 5 B) 10 C) 20 D) 15 E) 30

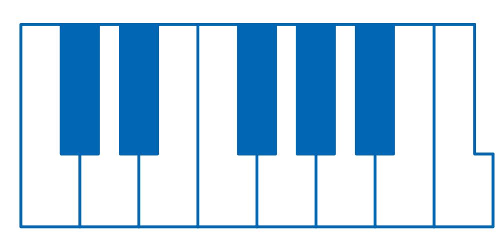
10. ¿De cuántas maneras se puede colocar todas las vocales en una fila?

A) 124 B) 136 C) 130 D) 125 E) 120

NIVEL 2

Comunicación matemática

En la siguiente figura se muestra las teclas de la 1.ª octava de un piano.



11. Si se tocan 4 teclas simultáneamente, ¿cuántos sonidos distintos pueden producirse?

Respuesta: ☐

12. Si se tocan 3 teclas simultáneamente, ¿cuántos sonidos distintos pueden producirse?

Respuesta: ☐

Razonamiento y demostración

13. Demuestra que: $m^{m+1} = \overset{\circ}{2} + 1$, si $C_3^m = 84$.

14. Si: $p > 0$ y $C_p^m = V_p^m$, demuestra que $\frac{n!}{n^p} \in \mathbb{N}$.

Resolución de problemas

15. ¿De cuántas formas se podrá tener una comisión de 3 personas de un grupo de 5 personas?

A) 8 B) 6 C) 15 D) 10 E) 60

16. Cuatro hombres y tres mujeres deben sentarse en una fila de 2 asientos, de modo que ningún hombre ocupe un sitio par. ¿De cuántas maneras diferentes podrán sentarse?

A) 12 B) 15 C) 18 D) 20 E) 14

17. El número de formas que se puede confeccionar una bandera de franjas de 3 colores, si se tiene tela de 5 colores distintos es:

A) 10 B) 30 C) 50 D) 60 E) 40

18. ¿Cuántos números de 3 cifras diferentes se pueden formar con las cifras 1; 5; 4; 3; 8; 9?

A) 100 B) 110 C) 120 D) 130 E) 140

19. ¿Cuántas señales se pueden hacer con 5 banderines de colores diferentes, usando 3 de ellos en cada señal?

A) 120 B) 40 C) 60 D) 30 E) 15

20. ¿Cuántas palabras de 4 letras se pueden formar con las letras de la palabra LATINO?

A) 120 B) 360 C) 480 D) 320 E) 210

NIVEL 3

Comunicación matemática

En la tabla se muestran los equipos participantes en el torneo descentralizado 2013 de la 1.ª división.

EQUIPOS	EQUIPOS
César Vallejo	L. Huánuco
Sport Huancayo	Pacífico FC
Universitario	Melgar
Real Garcilaso	Inti Gas
S. Cristal	Cienciano
Alianza Lima	Comercio
Juan Aurich	José Gálvez
UTC	San Martín

Dicho campeonato de fútbol se juega en dos ruedas (local y visita).

21. ¿Cuántos partidos se juegan en la 1.ª rueda?

Respuesta: ______

22. ¿Cuántos partidos se juegan en total?

Respuesta: ______

Razonamiento y demostración

23. Si $n \in \mathbb{N}$ y $C^8_{p+2} = 2C^8_{p+1}$, demuestra que $\dfrac{(n+4)!}{p^2+p+1} \in \mathbb{N}$.

24. Por medio del análisis combinatorio, demuestra que el número de diagonales de un polígono regular de n lados es $\dfrac{n \times (n-3)}{2}$.

Resolución de problemas

25. Pepe observa, en la fiesta de su primo Doroteo, 105 apretones de mano, ¿cuántas personas observó Pepe?

A) 15 B) 12 C) 7 D) 14 E) 13

26. Un estudiante contesta 7 de 10 preguntas de un examen. De cuántas maneras se pueden escoger las 7 preguntas, si:

- Las 2 primeras son obligatorias.
- Debe contestar 3 de las 6 primeras.

A) 56; 20 B) 28; 10 C) 56; 40
D) 14; 30 E) 63; 24

27. ¿De cuántas maneras se podrá formar un número de tres cifras diferentes?

A) 210 B) 103 C) 35 D) 60 E) 648

28. ¿De cuántas maneras se podrá formar un número de dos cifras pares diferentes?

A) 12 B) 6 C) 24 D) 10 E) 8

29. ¿De cuántas maneras se podrá formar un número de dos cifras impares diferentes?

A) 12 B) 8 C) 16 D) 20 E) 10

30. Con 9 colores diferentes, ¿cuántos tríos puedo formar si siempre uso el verde y el azul?

A) 9 B) 18 C) 7 D) 6 E) 27



Claves

NIVEL 1
1.
2.
3.
4. B
5.
6. C
7. C
8. C
9. B
10. E

NIVEL 2
11.
12.
13.
14.
15. D
16. B
17. D
18. C
19. C
20. B

NIVEL 3
21.
22.
23.
24.
25. A
26. A
27. E
28. B
29. A
30. C

Aplicamos lo aprendido



TEMA 4: PROBABILIDADES

1 Entre 5 hombres y 4 mujeres se tiene que formar un grupo de 3 miembros. Si la selección se realiza al azar, halla la probabilidad de que 2 miembros sean hombres.

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{11}{23}$ C) $\frac{10}{21}$
D) $\frac{8}{21}$ E) $\frac{4}{25}$

2 Se lanzan 2 dados. Halla la probabilidad de obtener exactamente un as (el número uno).

A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{9}{17}$
D) $\frac{5}{18}$ E) $\frac{7}{20}$

3 En una caja hay 10 bolas de billar, de las cuales solo 3 son de color rojo. Si se extraen 3 bolas de billar al azar, halla la probabilidad de que al menos una sea de color rojo.

A) $\frac{91}{120}$ B) $\frac{93}{150}$ C) $\frac{85}{123}$
D) $\frac{92}{123}$ E) $\frac{97}{120}$

4 De entre 20 tanques de combustibles fabricados para un transbordador espacial, tres se encuentran defectuosos. Si se seleccionan aleatoriamente cuatro tanques, ¿cuál es la probabilidad de que ninguno de los tanques se encuentre defectuoso?

A) $\frac{28}{29}$ B) $\frac{12}{13}$ C) $\frac{28}{57}$
D) $\frac{23}{30}$ E) $\frac{25}{57}$

5 Entre los números 1; 2; ...; 50 se escoge un número al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que se obtenga un número $\overset{\circ}{6}$.?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{12}{25}$ C) $\frac{4}{25}$
D) $\frac{13}{27}$ E) $\frac{17}{25}$

6 En una bolsa se tienen 4 caramelos de fresa, 4 de limón y 2 de naranja. Se extraen 4 caramelos al azar, ¿cuál es la probabilidad de que se haya extraído 1 caramelo de naranja?

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{3}{13}$ C) $\frac{4}{15}$
D) $\frac{8}{15}$ E) $\frac{11}{15}$

7 María y 6 amigas se ubican en una fila. ¿Cuál es la probabilidad de que María se ubique en el centro de dicha fila?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{6}$
D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{7}$

8 5 libros de Aritmética y 4 libros de Álgebra, se colocan al azar en un estante. Si se escogen 3 libros al azar, halla la probabilidad de que 2 de ellos sean de Aritmética y el otro sea de Álgebra.

A) $\frac{3}{20}$ B) $\frac{10}{21}$ C) $\frac{9}{23}$
D) $\frac{11}{25}$ E) $\frac{13}{27}$

9 Una bolsa contiene 5 veces más monedas de S/.5 que de S/.1. Si se extrae una moneda al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea una moneda de S/.1?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$
D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{7}$

10 Una caja contiene 9 tickets numerados del 1 al 9. Si se extraen 3 tickets de la caja, uno a uno, halla la probabilidad de que el 1.^{er} ticket extraído sea impar, el 2.° par y el 3.° impar.

A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{9}{17}$
D) $\frac{10}{63}$ E) $\frac{7}{20}$

11 De doce personas que contraen influenza al mismo tiempo, 9 se recuperan en 5 días. Supongamos que pasados los 5 días, se escogen 3 personas al azar de las 12. Halla la probabilidad de que 3 de ellos se hayan recuperado.

A) $\frac{21}{50}$ B) $\frac{21}{55}$ C) $\frac{31}{25}$
D) $\frac{11}{50}$ E) $\frac{14}{51}$

12 Si 8 personas se sientan al azar en una fila, ¿cuál es la probabilidad de que dos de ellas, determinadas, queden una al lado de la otra?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$
D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{6}$

13 Se elige al azar un número de 2 cifras. Halla la probabilidad de que las cifras sean diferentes.

A) 0,1 B) 0,4 C) 0,6
D) 0,8 E) 0,9

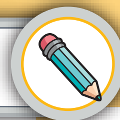
14 Se tienen 5 pares de zapatos mezclados y cada par es distinto de los demás. Si se eligen 2 zapatos al azar, ¿qué probabilidad hay de que corresponda a un mismo par?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{7}$
D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{1}{9}$

Claves

1. C 2. D 3. A 4. C 5. C 6. D 7. E 8. B 9. E 10. D 11. B 12. C 13. E 14. E

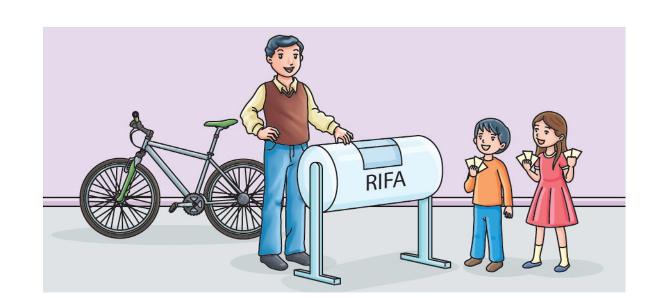
Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

En la rifa de una bicicleta, organizada en una I. E., se han vendido 40 tickets en total.



1. Si Mario tiene 3 tickets ¿cuál es la probabilidad de que gane la bicicleta?

Respuesta: ☐

2. Si Ángela tiene 5 tickets, ¿cuál es la probabilidad de que gane la bicicleta?

Respuesta: ☐

3. ¿Cuál es la probabilidad de que ninguno de los dos gane?

Respuesta: ☐

Razonamiento y demostración

4. Se lanzan dos dados simultáneamente. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

A) El espacio muestral tiene 46 elementos. ☐

B) La probabilidad de obtener solamente un 6 es $\frac{1}{18}$. ☐

C) La probabilidad de obtener solamente un número par es mayor a 0,5. ☐

5. Se lanzan tres monedas simultáneamente. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

A) El espacio muestral tiene 6 elementos. ☐

B) La probabilidad de obtener solo una cara es $\frac{3}{8}$. ☐

C) La probabilidad de obtener solamente dos sellos es $\frac{5}{8}$. ☐

Resolución de problemas

6. Halla la probabilidad de que al lanzar un dado se obtenga un número mayor que 2.

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$

D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

7. Al lanzar un dado, halla la probabilidad de obtener un número par menor que 4.

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$

D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{1}{6}$

8. ¿Cuál es la probabilidad de que al lanzar dos monedas se obtenga solamente un sello?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{6}$

D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{1}{3}$

9. En una urna hay 4 bolas rojas y 6 bolas azules. Si se extrae una bola al azar, ¿Cuál es la probabilidad de extraer una bola roja?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{4}$

D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{1}{6}$

10. En una urna hay 7 fichas color rojo y 9 de color blanco. Si se extrae una bola al azar, ¿Cuál es la probabilidad de extraer una ficha de color rojo?

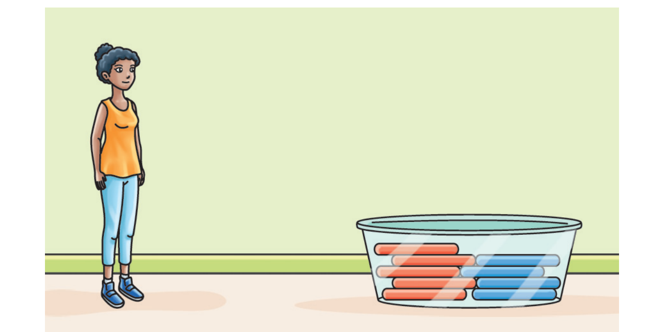
A) $\frac{3}{16}$ B) $\frac{2}{17}$ C) $\frac{6}{17}$

D) $\frac{1}{16}$ E) $\frac{7}{16}$

NIVEL 2

Comunicación matemática

Lucero se dispone a sacar al azar 3 palitos de una caja que contiene cierta cantidad de estos.



11. ¿Cuál es la probabilidad de que Lucero saque un palito rojo?

Respuesta: ☐

12. ¿Cuál es la probabilidad de que Lucero saque un palito azul?

Respuesta: ☐

Razonamiento y demostración

13. Se lanza simultáneamente un dado común y una moneda. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

A) El espacio muestral tiene 12 elementos. ☐

B) La probabilidad de obtener un sello y un $\overset{\circ}{2}$ es $\frac{1}{4}$. ☐

C) La probabilidad de obtener un sello y un número primo es $\frac{1}{6}$. ☐

14. En una urna hay **a** fichas de color rojo y **b** fichas de color verde. Si se extraen 2 fichas al azar, indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

A) El espacio muestral tiene C_b^a elementos. ☐

B) La probabilidad de que los 2 elementos extraídos son de color verde es $\frac{C_2^a}{C_2^{a+b}}$. ☐

C) La probabilidad de que los 2 elementos extraídos son de color rojo es $\frac{C_2^a}{C_2^{a+b}}$. ☐

Resolución de problemas

15. Se lanzan dos dados. Halla la probabilidad de obtener exactamente un dos.

A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{1}{18}$ C) $\frac{2}{9}$

D) $\frac{5}{18}$ E) $\frac{5}{36}$

16. Se tiene un grupo de 8 mujeres y 12 hombres. Si se quiere formar una comisión de 6 personas, halla la probabilidad de que 3 de ellas sean mujeres.

A) $\frac{250}{969}$ B) $\frac{301}{969}$ C) $\frac{308}{969}$

D) $\frac{312}{969}$ E) $\frac{345}{969}$

17. En una urna hay 12 fichas de las cuales 3 son de color amarillo y 9 son de color verde. Si se extraen 4 fichas al azar, halla la probabilidad de que al menos una resulte de color amarillo.

A) $\frac{3}{55}$ B) $\frac{10}{57}$ C) $\frac{41}{55}$

D) $\frac{17}{55}$ E) $\frac{29}{30}$

18. En una bolsa se tiene 20 fichas numeradas del 1 al 20. Halla la probabilidad de que al extraer una ficha al azar se obtenga un múltiplo de 3.

A) 0,1 B) 0,2 C) 0,3

D) 0,4 E) 0,5

19. Se lanzan dos dados. Halla la probabilidad de obtener como suma total de puntos, un número primo.

A) $\frac{5}{18}$ B) $\frac{5}{12}$ C) $\frac{5}{6}$

D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{6}$

20. Si se lanzan simultáneamente un dado y una moneda, ¿cuál es la probabilidad de obtener un sello y un $\overset{\circ}{3}$?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{6}$

D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{5}{6}$

NIVEL 3

Comunicación matemática

En la figura, Juan se dispone a ordenar aleatoriamente en la parte superior de un estante, 5 libros.



21. ¿Cuál es la probabilidad de que ubique el libro de Aritmética al centro?

Respuesta: ☐

22. ¿Cuál es la probabilidad de que los libros de Aritmética y Álgebra estén juntos?

Respuesta: ☐

Razonamiento y demostración

23. Si de N artefactos, n son defectuosos y se extraen r artefactos al azar donde r < n, indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

A) El espacio muestral tiene C_r^N elementos. ☐

B) La probabilidad de que entre los artefactos seleccionados hayan k defectuosos es $\frac{C_k^n}{C_r^N}$. ☐

C) La probabilidad de que los artefactos seleccionados sean todos defectuosos es $\frac{C_r^n}{C_r^N}$. ☐

24. Demuestra por medio de la definición clásica de probabilidad, que para todo evento A de un espacio muestral Ω, se cumple que $0 \leq P(A) \leq 1$.

Resolución de problemas

25. Un experimento aleatorio consiste en disponer los dígitos: 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7 y 8 uno a continuación del otro. Calcula la probabilidad de que el número formado sea múltiplo de 4.

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{17}{56}$ C) $\frac{13}{112}$
D) $\frac{17}{112}$ E) $\frac{9}{56}$

26. Se colocan aleatoriamente 10 libros en un estante; entre ellos, una obra en 6 tomos y otra en 4. Halla la probabilidad de que los tomos de cada obra estén juntos.

A) $\frac{1}{100}$ B) $\frac{3}{101}$ C) $\frac{1}{105}$
D) $\frac{3}{107}$ E) $\frac{19}{105}$

27. De un grupo de 12 estudiantes, 8 son sobresalientes. Por medio de una lista se han escogido 9 estudiantes al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que entre los estudiantes seleccionados haya 5 sobresalientes?

A) $\frac{14}{55}$ B) $\frac{11}{56}$ C) $\frac{12}{55}$
D) $\frac{13}{55}$ E) $\frac{1}{11}$

28. En una bolsa hay 5 cubos idénticos. En todas las caras de cada cubo está escrita una de las letras siguientes: o; p; r; s; t.
Halla la probabilidad de que en los cubos extraídos de uno por vez y dispuestos en una línea se pueda leer la palabra “sport”.

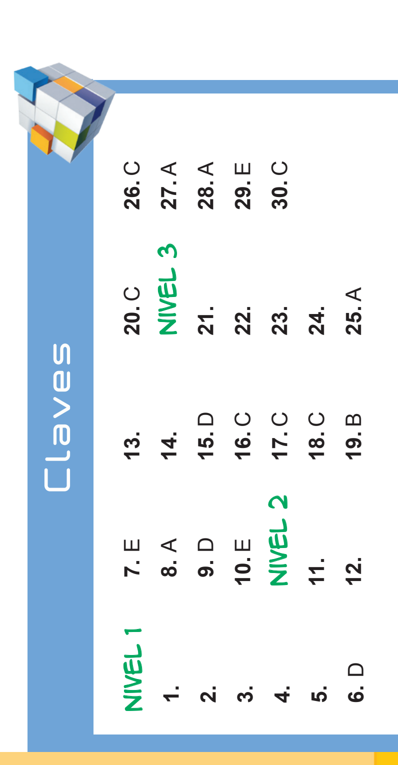
A) $\frac{1}{120}$ B) $\frac{1}{50}$ C) $\frac{1}{2}$
D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{9}$

29. Se elige al azar un número de 6 cifras. Halla la probabilidad de que todas las cifras sean diferentes.

A) 0,013 B) 0,741 C) 0,651
D) 0,341 E) 0,151

30. Los participantes de un sorteo sacan fichas de una caja de fichas numeradas desde 1 hasta 100. Halla la probabilidad de que la primera ficha extraída al azar contenga la cifra 5.

A) 0,25 B) 0,91 C) 0,19
D) 0,52 E) 0,84



MARATÓN Matemática

De la siguiente tabla de frecuencia:

I_i	f_i	F_i
[5; 9⟩		1
[; ⟩	3	
[; ⟩		8
[; ⟩		15
[; ⟩		
	n = 20	

Halla: $f_4 + H_2 + Me$

Resolución:

Completamos la tabla de frecuencia, teniendo en cuenta que:
$F_n = F_{n-1} + f_n$; n = 2; 3; 4; 5
$F_1 = f_1$

Entonces:
$F_1 = f_1 = 1$; $F_2 = 1 + 3 = 4$; $f_3 = 8 - 4 = 4$
$f_4 = 15 - 8 = 7$; $F_5 = 20$; $f_5 = 20 - 15 = 5$

También: c = 9 – 5 = 4

Luego:

I_i	f_i	F_i	h_i	H_i	
[5; 9⟩	1	1	0,05	0,05	
[9; 13⟩	3	4	0,15	0,20	
[13; 17⟩	4	8	0,20	0,40	
[17; 21⟩	7	15	0,35	0,75	← Me
[21; 25⟩	5	20	0,25	1	
	n = 20				

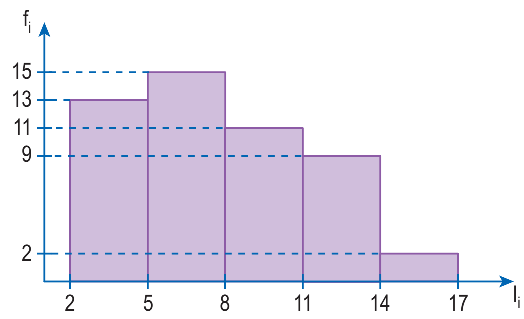
Calculamos Me: $\frac{n}{2} = \frac{20}{2} = 10$

$\Rightarrow Me = 17 + 4\left(\frac{10-8}{7}\right)$

$Me = 18,14$

Nos piden:
$f_4 + H_2 + Me = 7 + 0,2 + 18,14 = 25,34$

Enunciado para los problemas: 1; 2 y 3
Dado el siguiente histograma:



1. Calcula la moda.

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

2. Halla la mediana.

A) 6 B) 6,5 C) 6,8 D) 7 E) 7,4

3. Halla: $F_3 + F_5$

A) 89 B) 90 C) 91 D) 92 E) 93

Enunciado para los problemas: 4; 5 y 6
En una compañía hay 7 varones y 5 damas que aspiran a ser miembros de un comité. Si se deben escoger dos personas al azar escribiendo los nombres en hojas de papel y sacándolos de una urna.

4. ¿Cuál es la probabilidad de que los dos sean hombres?

A) 1/11 B) 3/11 C) 5/11 D) 7/22 E) N. A.

5. ¿Cuál es la probabilidad de que se escojan dos mujeres?

A) 1/11 B) 5/11 C) 5/33 D) 7/33 E) N. A.

6. ¿Cuál es la probabilidad de que se escoja un hombre y una mujer?

A) 1/11 B) 35/66 C) 5/33 D) 7/11 E) 7/33

7. Una joven tiene 17 amigos. ¿De cuántas maneras puede invitar a una cena a 4 de ellos?

A) 1025 B) 2150 C) 2350 D) 2380 E) 3250

8. Si entre 15 personas, hay dos matrimonios y cada pareja asisten juntos a cualquier reunión, ¿de cuántas maneras se puede invitar a 6 amigos?

A) 107 B) 1077 C) 1017 D) 1170 E) 1177

9. De entre un grupo de 16 personas, 2 de ellos no pueden asistir a la vez a una reunión. ¿De cuántas maneras se puede invitar a 6 de estas personas?

A) 7007 B) 7001 C) 7002 D) 7009 E) 7000

10. ¿Cuántas comisiones integradas por un chico y una chica pueden formarse de un grupo de 5 chicos y 8 chicas, si cierto chico se rehúsa a trabajar con dos chicas?

A) 32 B) 36 C) 37 D) 38 E) 39

11. La $\overline{MG}$ de dos números es 4 y la $\overline{MH}$ es 32/17, ¿cuál es el menor de los números?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 6 E) 8

12. La media armónica de dos números enteros es 112/15, ¿en qué relación están los números, sabiendo que se diferencian en 1?

A) 6/7 B) 7/8 C) 4/3 D) 4/5 E) 5/6

13. El promedio de las edades de 30 personas es 20 años. Si ninguno es menor de edad, ¿cuál es la máxima edad que puede tener alguno de ellos?

A) 60 B) 70 C) 71 D) 73 E) 78

RAZONA:

Instrucciones: completa los tableros subdivididos en 9 cuadrados llenando las celdas vacías con los números del 1 al 9, sin que se repita ninguna cifra, en cada fila, ni en cada columna, ni en cada cuadrado.

1.

9			7		8	3	1	
4	7			1		6		2
	2		3					
			1		7	8	2	
7		1				9		5
	8	2	6		3			
					5		6	
2		5		6			9	3
	1	7	9		2			8

2.

4						7		5
1	5		6		7			
8		2			5			
	8	1		6			7	3
		5	9	4	3	6		
6	3			8		2	5	
			3			1		7
			2		6		8	4
3		7						6

3.

6				8			1	7
		1			3	5	9	
	9		1		2			
1	3			4			7	
7		6		2		4		9
	2			3			6	8
			2		8		4	
	8	3	6			7		
4	1			5				6

4.

		2			4		6	
8			5	9				4
				6	2			
5		7	2		6		1	
	3	1		5		7	9	
	4		1		9	6		3
1			8	2				
				4	5			9
	2		9			3		

5.

5	8			3			2	6
			6		1			
	4			8			3	
7		2		6		1		8
	9	6	7		5	2	4	
1		4		9		7		5
	1			7			8	
			1		8			
4	7			2			1	9

6.

		4				3		
	3				5		6	
5		2		3	8	1		9
	5	1		7				
		9	3	2	6	5		
				5		7	3	
9		3	2	4		6		1
	7		5				8	
		5				9		

7.

7	9	3						
		5	7	6		4		2
4							3	
	4		3		2		5	
	7		4	9	6		8	
	2		5		1		4	
	5							9
6		8		4	9	5		
						3	2	4

8.

	5	9	1		3	2		
	7	8					6	3
3							9	4
8			2		4			6
				3				
2			7		8			1
7	9							5
6	8					7	1	
		4	8		1	6	3	

Respuestas:

1.

9	5	6	7	2	8	3	1	4
4	7	3	5	1	9	6	8	2
1	2	8	3	4	6	5	7	9
3	9	4	1	5	7	8	2	6
7	6	1	2	8	4	9	3	5
5	8	2	6	9	3	1	4	7
8	3	9	4	7	5	2	6	1
2	4	5	8	6	1	7	9	3
6	1	7	9	3	2	4	5	8

2.

4	9	6	1	2	8	7	3	5
1	5	3	6	9	7	8	4	2
8	7	2	4	3	5	9	6	1
9	8	1	5	6	2	4	7	3
7	2	5	9	4	3	6	1	8
6	3	4	7	8	1	2	5	9
2	6	8	3	5	4	1	9	7
5	1	9	2	7	6	3	8	4
3	4	7	8	1	9	5	2	6

3.

6	4	2	5	8	9	3	1	7
8	7	1	4	6	3	5	9	2
3	9	5	1	7	2	6	8	4
1	3	8	9	4	6	2	7	5
7	5	6	8	2	1	4	3	9
9	2	4	7	3	5	1	6	8
5	6	7	2	1	8	9	4	3
2	8	3	6	9	4	7	5	1
4	1	9	3	5	7	8	2	6

4.

3	1	2	7	8	4	9	6	5
8	7	6	5	9	1	2	3	4
9	5	4	3	6	2	8	7	1
5	9	7	2	3	6	4	1	8
6	3	1	4	5	8	7	9	2
2	4	8	1	7	9	6	5	3
1	6	9	8	2	3	5	4	7
7	8	3	6	4	5	1	2	9
4	2	5	9	1	7	3	8	6

5.

5	8	1	4	3	7	9	2	6
9	2	3	6	5	1	8	7	4
6	4	7	2	8	9	5	3	1
7	5	2	3	6	4	1	9	8
8	9	6	7	1	5	2	4	3
1	3	4	8	9	2	7	6	5
3	1	5	9	7	6	4	8	2
2	6	9	1	4	8	3	5	7
4	7	8	5	2	3	6	1	9

6.

8	9	4	1	6	2	3	7	5
1	3	7	4	9	5	8	6	2
5	6	2	7	3	8	1	4	9
3	5	1	8	7	4	2	9	6
7	4	9	3	2	6	5	1	8
6	2	8	9	5	1	7	3	4
9	8	3	2	4	7	6	5	1
2	7	6	5	1	9	4	8	3
4	1	5	6	8	3	9	2	7

7.

7	9	3	8	2	4	6	1	5
1	8	5	7	6	3	4	9	2
4	6	2	9	1	5	7	3	8
8	4	9	3	7	2	1	5	6
5	7	1	4	9	6	2	8	3
3	2	6	5	8	1	9	4	7
2	5	4	1	3	7	8	6	9
6	3	8	2	4	9	5	7	1
9	1	7	6	5	8	3	2	4

8.

4	5	9	1	6	3	2	8	7
1	7	8	9	4	2	5	6	3
3	6	2	5	8	7	1	9	4
8	3	5	2	1	4	9	7	6
9	1	7	6	3	5	4	2	8
2	4	6	7	9	8	3	5	1
7	9	1	3	2	6	8	4	5
6	8	3	4	5	9	7	1	2
5	2	4	8	7	1	6	3	9